

Másodfokú egyenletek Gyakorló feladatok

Készítette: Porkoláb Tamás

Gyökök

Milyen p valós paraméter esetén lesz az alábbi másodfokú egyenlet egyik gyöke 5?

$$3x^2 - (p^2 - 2)x - 5 = 0$$

Milyen p paraméter esetén lesz a következő másodfokú egyenlet egyik gyöke -4?

$$3x^2 + (p - 3)x - 20 = 0$$

Megoldás megoldóképlet nélkül

$$b = 0$$

$$(x + 4)^2 + 2x^2 = 2x(x + 4) + 20$$

$$(x - 5)^2 + 4x^2 - 20 = 2x(2x - 5) + 6$$

$$(x - 3)^2 - 11x = 17(2 - x)$$

$$10 + 44x - 2x^2 = 10(x + 1)^2$$

$$(x - 4)^2 - 5x = 13(4 - x)$$

$$(x + 5)^2 - 6 = 10(x + 10)$$

$$3(x - 2)^2 - 6(1 - 2x) = 0$$

$$(x - 8)(x - 4) + 4 = 12(6 - x)$$

$$c = 0$$

$$3x(3x + 2) + 4x = 3x^2$$

$$8x(3 - x) + 2x^2 = 3x$$

$$5x^2 + 8x = 2x^2 - 7x$$

$$7x^2 + 5x = x^2 + 2x$$

$$25 + 80x - 40x^2 = 5(4x + 5)$$

$$10x^2 - 10(x - 3) = 4x^2 - 8x + 30$$

$$(2x - 3)(2x + 3) + 45 = (x + 6)^2$$

$$8x^2 - 16x + 36 = 9(x - 2)^2$$

teljes négyzetté való kiegészítés

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$x^2 - 6x - 72 = 0$$

$$(2x - 5)^2 - 13 = 3$$

$$x^2 - 6x + 7 = 2$$

Megoldás megoldóképlettel

$$(2x + 2)(6x - 1) + x + 2 = (4x + 3)^2$$

$$(3x - 1)(3x + 1) = (2x - 1)^2 - 1$$

$$6(x + 1)^2 - 7(x - 1) = 19$$

$$(2x - 1)^2 - x = 2x^2 + 13$$

A diszkrimináns, a gyökök száma

A következő egyenletnek m milyen értékeinél van két egyenlő gyöke? Mely m esetén van két különböző gyöke? Mely m esetén nincs valós gyöke?

$$x^2 - 6x + m = 0$$

$$x^2 + mx + 9 = 0$$

$$x^2 + 2px + 16 = 0$$

$$x^2 - mx + 2m = 0$$

$$x^2 - 4mx - 1 = 0$$

1. Írj olyan számot az egyenletben a hiányzó tag helyére, hogy az egyenletnek

- két különböző megoldása legyen
- ne legyen valós megoldása!

$$x^2 - 8x + \dots = 0$$

A gyöktényezős alak

Írd fel a következő másodfokú egyenlet gyöktényezős alakját!

$$4x^2 - 8x - 32 = 0$$

$$3x^2 - 6x - 24 = 0$$

$$2x^2 - 2x - 24 = 0$$

$$2x^2 + 5x - 3 = 0$$

$$5x^2 + 32x - 21$$

$$6x^2 + 22x - 8 = 0$$

$$3x^2 + x - 4 = 0$$

Egyszerűsítsd a következő algebrai törtet!

$$\frac{3x^2 - 3x - 6}{x^2 - 3x + 2}$$

Másodfokúra visszavezethető egyenletek

Oldd meg a következő egyenletet!

$$3(x-2)^4 + 15(x-2)^2 - 108 = 0$$

$$4(x^2 - 10x + 26)^2 - 24(x^2 - 10x + 24) - 28 = 0$$

$$(x^2 + 1)^2 - 15x^2 - 15 = -50$$

$$(x^2 - 3x + 2)^2 - 18(x^2 - 3x + 2) + 72 = 0$$

$$[x(x+5)]^2 + 4x^2 + 20x = 0$$

$$(x^2 + 2x - 16)^2 - 7(x^2 + 2x - 16) - 8 = 0$$

$$(x^2 + 3x - 21)^2 + 4(x^2 + 3x - 20) - 81 = 0$$

$$(x^2 + 8x + 14)^2 - x^2 - 8x - 16 = 0$$

$$(x^2 + 2x - 5)^2 - 13(x^2 + 2x - 5) + 30 = 0$$

$$(6x^2 - 7x)^2 - 2(6x^2 - 7x) - 3 = 0$$

Szöveges feladatok

Egy építkezéshez 30 tonna anyagot kell kiszállítani. A szállításhoz a megrendeltnél 2 tonnával kisebb teherbírású teherautókat küldtek, de 4-gyel többet, így a szállítást időben elvégezheték. Hány teherautó végezte a szállítást és hány tonnásak voltak?

Józsi két nappal hosszabb, Béla pedig két nappal rövidebb idő alatt festi ki a házat, mint Aladár. Sorsolással úgy döntenek, hogy Józsi és Béla festik ki a házat, akik együtt 4,8 nap alatt végeznek. Mennyi idő alatt végzett volna Aladár egyedül?

Az egymástól 600 km-re lévő A és B városokból egyszerre indult el egymással szemben két vonat. 5 óra múlva a vonatok közt a távolság 150 km, és még nem találkoztak. Ha B -ből másfél órával előbb indult volna el a vonat, mint A -ból, akkor félúton találkoztak volna. Mekkora a vonatok sebessége?

Két tanulóbrigádot az iskola előtti terület füvesítésével bíznak meg. A két brigád együttes munkával 6 nap alatt tudná teljesíteni a feladatot. Az egyik brigád egyedül 5 nappal hosszabb idő alatt tudja elvégezni a munkát, mint a másik. Hány nap alatt tudja elvégezni a munkát mindkét brigád egyedül?

Juliska a Mézeskalács Házikó és a Kerékpárjavító Műhely közti 150 km-es távolságot

kerékpáron $10 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ -val kisebb sebességgel 4 órával több idő alatt teszi meg, mint Jancsi.

Mekkora a meshősök sebessége és mennyi ideig tart nekik az út megtétele?

Egy kétjegyű számban az egyesek helyén kettővel nagyobb számjegy szerepel, mint a tízesek helyén. Ha a számjegyeket felcseréljük, és az így kapott számot az eredetivel összeszorozzuk, az eredmény 403. Melyik ez a szám?

Két egér közösen 12 nap alatt eszik meg egy zacskó lisztet. Az egyik egér egymaga 10 nappal gyorsabban enne meg a zacskónyi lisztet, mint a másik egér. Mennyi idő alatt végeznének a zsák liszttel külön-külön?

Egy kétjegyű számban az egyesek helyén öttenél nagyobb számjegy szerepel, mint a tízesek helyén. Ha a számot megszorozzuk számjegyeinek összegével, az eredmény 243. Melyik ez a szám?

Két csiga hosszútávcsúszó versenyt rendez. A táv hossza 7,2 m. Az egyik csiga óránként 2 cm-rel több utat tesz meg, így 4 órával hamarabb ér célba. Hány cm-t tesznek meg óránként a csigák, és mennyi ideig tart a táv megtétele?

Jancsi és Juliska kerékpáron mennek Alapátfalváról Bélapátfalvára. Juliska óránként 4 km-rel kevesebb utat tesz meg, így 1 órával több idő alatt ér egyik faluból a másikba. Mekkora a sebességük, ha a két falu távolsága 120 km?

Aladár és Béla együtt 2,4 nap alatt ásnak fel egy kertet. Béla 2 nappal hosszabb idő alatt ássa fel egyedül, mint Aladár. Hány nap alatt ássák fel külön-külön a kertet?

Egy kétjegyű szám számjegyeinek összege 8. Ha a számjegyeit felcseréljük, és az így kapott számot megszorozzuk az eredeti számmal, 1855-öt kapunk. Melyik ez a szám?

Két városból, amelyek egymástól 900 km távolságra vannak, egymással szembe indul két vonat. A vonatok az út felénél találkoznak. Határozd meg mindkét vonat sebességét, ha az első egy órával később indult, mint a másik, sebessége pedig óránként 5 km-rel nagyobb a másikénál.

Egy egyenlő szárú háromszög alaphoz tartozó magassága 2 cm-rel hosszabb az alapjánál, a szára pedig 13 cm. Mekkora a területe?

Egy téglalap hosszabb oldala a rövidebb oldal kétszeresénél eggyel kisebb, átlója pedig a rövidebb oldal kétszeresénél eggyel hosszabb. Mekkora a téglalap területe?

Egy rombusz egyik átlója a másik kétszeresénél 2-vel nagyobb, kerülete 52. Mekkora az átlói és a területe?

Másodfokú egyenlőtlenségek

Oldd meg a következő egyenlőtlenséget!

$$3x^2 + 6x - 9 > 0$$

$$x^2 + 5x - 4 > -2x^2 + 2x + 2$$

$$-2x^2 - 4x + 30 \geq 0$$

$$6x^2 - x + 1 \leq 2x^2 - 6x + 7$$

$$5x^2 - x - 10 \geq 2x^2 + 6x + 10$$

$$3x^2 - 2x + 4 < 2x^2 + 2x - 1$$

$$3x^2 + 3x - 6 \geq 2x^2 + 4x$$

Számítási és mértani közép

Két szám átlaga 13. Mekkora a szorzatuk legnagyobb értéke?

Két szám összege 18. Mekkora a szorzatuk legnagyobb értéke?

Két szám mértani közepe 17. Mekkora az összegük legkisebb értéke?

Két szám szorzata 100. Mekkora az összegük legkisebb értéke?

Bélának 180 m hosszú kerítésre telik, hogy téglalap egyalakú kertet kerítsen körbe. Legfeljebb mekkora lehet a területe?

Bélának azt mondja Józsi, a hegyközség elnöke: -Bélám, keríts le magadnak egy 1600 m²-es kertet. A hegyközség állja a kerítés árát, ha a lehető legrövidebb lesz a hossza. Milyen alakú legyen Béla kertje? Mennyibe kerül mindez a hegyközségnek, ha a kerítés métere 400 Ft-ba kerül?

Egy papírsárkány vázát két rúd alkotja, amelyek deltoid alakúra feszítik ki a sárkányt. A váz elkészítéséhez összesen 2 m vékony farúd áll a rendelkezésünkre (amelyet kettévághatunk). Milyen alakú legyen a sárkány, hogy a lehető legnagyobb felületűre szeretnénk építeni?

Szélsőérték-feladatok

Hol veszik fel az alábbi függvények a szélsőértéküket? Milyen típusú ez a szélsőérték?
Mekkora az értéke?

$$\begin{aligned} f(x) &= 3(x-4)^2 - 9 & g(x) &= -2(x+3)^2 - 1 & h(x) &= 4(x-1)^2 + 7 & j(x) &= -(x+5)^2 + 4 \\ k(x) &= x^2 - 2x + 5 & l(x) &= x^2 - 4x + 1 & m(x) &= x^2 + 6x + 5 & n(x) &= x^2 + 8x + 20 \\ p(x) &= 2x^2 - 8x + 16 & q(x) &= 3x^2 + 12x + 17 & r(x) &= -4x^2 - 24x - 40 \\ s(x) &= -3x^2 + 12x - 5 \end{aligned}$$

Négyzetgyökös egyenletek

- $\sqrt{7x+2} - 2 = x$
- $21 - x = \sqrt{x-9}$
- $\sqrt{2x+9} + x = 3$
- $\sqrt{5x+11} - x = 1$
- $\sqrt{2x+4} = x+2$
- $\sqrt{2x-4} + \sqrt{3x-2} = 0$
- $\sqrt{6-3x} - \sqrt{2x-4} = 0$
- $\sqrt{5x+10} + \sqrt{-2-x} = 5$
- $\sqrt{4x-12} - \sqrt{2-4x} = 10$
- $x - \sqrt{19-2x} = 2$