

Számelmélet

- oszthatóság definíciója
- oszthatósági szabályok
- maradékos osztás
- prímek definíciója
- összetett szám definíciója
- legnagyobb közös osztó definíciója
- legnagyobb közös osztó meghatározása
- relatív prímek definíciója
- törtek egyszerűsítése
- többszörös definíciója
- legkisebb közös többszörös definíciója
- legkisebb közös többszörös meghatározása
- osztók száma, közös osztók száma
- törtek összeadása
- algebrai törtek összeadása
- összefüggés a legnagyobb közös osztó és a legkisebb közös többszörös közt

1. Karikázd be az igaz állítások betűjelét!

- a) Egy négyzetszám osztóinak száma páros.
- b) Bármely két prímszám különbsége páros.
- c) A száznál kisebb prímszámok szorzata páratlan.
- d) Ha egy szám hattal osztva kettő maradékot ad, akkor hárommal osztva is.
- e) Van olyan szám, amely legnagyobb és legkisebb osztójának különbsége 1.

2. Karikázd be az igaz állítások betűjelét!

- a) Egy négyzetszám prímtényező felbontásában minden kitevő páratlan.
- b) Két szám legnagyobb közös osztójának mindkét szám többszöröse.
- c) A tíznél kisebb prímszámok összege páratlan.
- d) Minden tizenhatal osztható szám osztható nyolccal is.
- e) Két szám csak akkor relatív prím, ha mindkettő prím.

3. Miért nem írható fel 2003 két prímszám összegeként?

4. Igazolja, hogy ha hat egész szám összege páratlan, akkor e számok szorzata páros!

5. Igaz-e, hogy négy egymást követő természetes szám szorzata mindig osztható 24-gyel?

6. Mutassa meg számológép használata nélkül, hogy az alábbi kijelentések igazak I

i) $5 \mid 11^{11} + 4$

b) $3 \mid 10^{20} + 2$

ii) $6 \mid 10^{10} + 14$

d) $8 \mid (2k + 1)^2 - 1$, ha k egész szám

7. Igazolja a következő állításokat számológép használata nélkül!

i) $9 \mid 10^{33} + 8$

b) $72 \mid 10^{20} + 8$

8. Igaz-e a következő állítás?

a) $9 \mid 10^{33} + 731$

9. Az a egész szám 7-tel osztva 3, a b 7-tel osztva 5 maradékot ad. Mennyi maradékot ad 7-tel osztva $a + b$, ab , $2a + 3b$?

10. Az a egész szám 5-tel osztva 3, a b 5-tel osztva 2 maradékot ad. Mennyi maradékot ad 5-tel osztva $a + b$, ab , $4a + 5b$?

11. Tudjuk, hogy a 9-cel osztva 7 maradékot ad, b pedig 6-ot. Mennyi maradékot ad 9-cel osztva $a + b$, $a - b$ és $a \cdot b$?

12. Igaz-e, hogy ha két szám mindegyike 3-mal osztva 1 maradékot ad, akkor

- a) a az összegük; b) a szorzatuk
b) 1 maradékot ad 3-mal osztva?

13. Tudjuk, hogy a 8-cal osztva 5 maradékot ad, b pedig 7-et. Mennyi maradékot ad 8-cal osztva $a + b$ és $a \cdot b$?

14. Igazolja, hogy

- a) három egész szám között mindig van kettő, amelyek összege osztható 2-vel!
b) öt egész szám között mindig van három, amelyek összege osztható hárommal!

15. *

- a) Felírható-e a 2001 három szomszédos egész szám összegéként?
b) Felírható-e a 2002 három szomszédos egész szám szorzataként?

16. * Egy tetszőleges négyjegyű szám utolsó jegyét a szám elejére írtuk. Igazolja, hogy ha az így kapott számot az eredetiből kivonjuk, akkor 9-cel osztható számot kapunk!

17. * Bizonyítsa be, hogy ha a pozitív egész számokat összeadjuk 1-től 1000-ig. akkor a kapott összeg osztható 11-gyel!

18. Bizonyítsa be a következő állításokat!

- a) Két egymás utáni páros szám szorzata osztható nyolccal.
b) Minden páratlan szám négyzete nyolccal osztva egyet ad maradékul.

19. Igaz-e, hogy azok a számok, amelyek oszthatók

- a) 3-mal és 4-gyel; b) 2-vel és 6-tal,

azok mind oszthatók 12-vel is?

20. Milyen x és y számjegyek esetén lesz a $\overline{12x3y4}$ hatjegyű szám osztható 8-cal, 9-cel illetve 12-vel?

21. Milyen x és y számjegyek esetén lesz a $\overline{12x45y}$ hatjegyű szám osztható 9-cel, 12-vel illetve 15-tel?

22. Milyen x és y számjegyek esetén lesz a $\overline{98x65y}$ hatjegyű szám osztható 9-cel, 12-vel illetve 15-tel?

23. Milyen x és y számjegyek esetén lesz a $\overline{1x35y}$ hatjegyű szám osztható 12-vel?

24. Milyen számjegyeket írhatunk x helyére, hogy az $\overline{123x4}$ szám osztható legyen

- a) $a)$ 4-gyel $b)$ 9-cel $c)$ 12-vel ?

25. Karikázd be alábbi számok közül azokat, amelyekkel osztható a 123432123432!

- $a)$ 3 $c)$ 6 $e)$ 9
 $b)$ 4 $d)$ 8 $f)$ 12

26. Milyen x és y pozitív egész számok esetén osztható $\overline{35y7x}$

- $a)$ 4 -gyel
 $b)$ 9-cel
 $c)$ 15-tel?

27. Melyek azok a pozitív egész számok, amelyeknek a pozitív egész számok körében

- $a)$ nincs osztójuk;
 $b)$ csak egy osztójuk van;
 $c)$ pontosan két osztójuk van;
 $d)$ nincs valódi osztójuk;
 $e)$ csak valódi osztójuk van?

28. Mutassa meg, hogy a következő három szám összetett:

i) $10^{15} - 5^8$; 100000000047 ; $10^{20} - 7$

29. Van-e olyan p prímszám, hogy $p + 7$ is prímszám?

30. Melyek azok a prímek, amelyek egy négyzetszámnál eggyel kisebbek?

31. Legyen p tetszőleges prímszám! Bizonyítsa be, hogy ekkor $p^2 + 149$ összetett szám!

32. Legyen p tetszőleges prímszám! Bizonyítsd be, hogy ekkor $p^3 + 61$ összetett szám!

33. Lehet-e $p^2 + 13$ prímszám, ha p prím?

34. Lehet-e prímszám négy prímszám összege?

35. Lehet-e

- $a)$ három prímszám szorzata páros szám?
 $b)$ három prímszám összege páros szám?

36. Van-e olyan hat egymást követő pozitív prímszám, amelyek összege is prímszám? Válaszát indokolja!

- a) Döntse el, hogy a $2^5 \cdot 3^4 \cdot 4^2 \cdot 6^3 \cdot 10^2 \cdot 75$ szám négyzetszám-e? Válaszát indokolja!
b) Ha a szám négyzetszám, írja fel, melyik szám négyzete!

37. Döntsd el, hogy a $2^2 \cdot 3^4 \cdot 7^2 \cdot 11^6$ szám négyzetszám-e? Válaszodat indokold! Hány pozitív osztója van?

38. Melyik az a legkisebb pozitív egész szám, amelynek 6 pozitív osztója van?

39. Hány osztója van a 2250-nek?

40. Relatív prím-e a 792 és az 1925?

41. Relatív prím-e a 26325 és az 20384?

42. $\frac{5}{198} + \frac{11}{168} =$

43. Egyszerűsítsd a következő törtet: $\frac{60984}{15840}$!

44.

- a) Határozd meg 4536 és 7350 osztóinak számát, legnagyobb közös osztójukat és legkisebb közös többszörösüket!
b) Egyszerűsítsd az $\frac{4536}{7350}$ törtet!
c) Végezd el az alábbi műveletet!

45. $\frac{13}{7350} - \frac{5}{4536} =$

46.

- a) Határozd meg 5292 és 3120 osztóinak számát, legnagyobb közös osztójukat és legkisebb közös többszörösüket!
b) Egyszerűsítsd az $\frac{5292}{3120}$ törtet!
c) Végezd el az alábbi műveletet!

47. $\frac{17}{5292} - \frac{23}{3120} =$

48. Egyszerűsítsd a következő törtet: $\frac{14112}{49392}$!

49.

- a) Határozd meg 5670 és 11025 osztóinak számát, legnagyobb közös osztójukat és legkisebb közös többszörösüket!
- b) Egyszerűsítsd az $\frac{11025}{5670}$ törtet!
- c) Végezd el az alábbi műveletet!

50.
$$\frac{17}{11025} - \frac{23}{5670} =$$

51. Végezd el az alábbi műveletet!

52.
$$\frac{11}{450} - \frac{7}{840} =$$

53.
$$\frac{11}{3960} - \frac{7}{5940} =$$

54. Egy szoba 120 dm széles, és 252 dm hosszú. Legfeljebb mekkora négyzet alakú járólappal lehet hézagmentesen lefedni?
55. Egy szigeten koncertet szerveznek, ahová egy 150 férőhelyes hajó szállítja a nézőket több fordulóval, és a koncert után egy 180 férőhelyes hajón jöhetnek vissza. Hány néző oda-vissza szállítása oldható meg így, ha a hajókon minden helyet ki kell használni, de túlterhelni nem lehet őket? Mennyi a minimális nézőszám, amelyre megoldható a szállítás?
56. Józsinak 33264, Bélának pedig 61740 literes medencéje van a sivatagban, ahol nincs víz. Közös beruházként olyan méretű hordót szeretnének vásárolni, amellyel mindkét medencét úgy tölthetik meg, hogy a hordót egész számszor ürítik beléjük a közeli oázis vizével. Legfeljebb mekkora lehet a hordó?
57. Melyik az a legnagyobb négyzet alakú járólap, amellyel hézagmentesen ki lehet rakni egy 425 cm x 306 cm-es téglalap alakú helyiséget?
58. A tallér váltópénze a killér. A kenyér ára 4752 killér, a tejé pedig 4536 killér. Mindkettőért egész számú tallért fizetünk. Legfeljebb hány killér egy tallér?
59. Az út mellett jobboldalon jegenye, baloldalon pedig bükkfák sorakoznak. A jegenyét 36 méterenként, a bükkfákat pedig 42 méterenként ültették. Béla háza előtt éppen szemben helyezkedik el egy jegenye és egy bükk. Legközelebb milyen távol lesznek szemközt a jobb- és baloldali fák?
60. Határozd meg x , y és z értékét, ha tudjuk a következőket:

a)

$$a = 2^x \cdot 3^4 \cdot 7^z \quad b = 2^3 \cdot 3^y \cdot 5^2 \quad (a;b) = 2^2 \cdot 3^4 \quad [a;b] = 2^3 \cdot 3^6 \cdot 5^2 \cdot 7^3$$

61. Határozd meg a és b értékét, ha

$$a) \quad a = 2^\alpha \cdot 3^2 \cdot 5^4 \quad b = 2^3 \cdot 5^\beta \cdot 7^\gamma$$

$$(a; b) = 2^3 \cdot 5^2 \quad [a; b] = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^4 \cdot 7$$

62. Határozd meg a és b értékét, ha

$$a) \quad a = 3^\alpha \cdot 5^2 \cdot 11^\gamma \quad b = 2 \cdot 5^\beta \cdot 11^2$$

$$(a; b) = 5 \cdot 11^2 \quad [a; b] = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 11^3$$

b) Hány osztója van a -nak?

63. Hány pozitív osztója van a 27-nek? Állítását indokolja!

64. Hány osztója van a 15120-nak?

65. * Ha $a = 24$, $(a; b) = 6$ és $[a; b] = 120$, mennyi b ?

66. Melyik az a legkisebb négyjegyű szám, amely 4-gyel osztva 1, 6-tal osztva 3, 8-cal osztva 5, 15-vel osztva pedig 12 maradékot ad?

67. Melyik az a legnagyobb háromjegyű szám, amelyet 4-gyel, 5-tel és 6-tal és 8-cal osztva maradékul rendre 1-et, 2-t, 3-at, 5-öt kapunk'!

68. Melyik az a legkisebb négyjegyű szám, amelyet 10-zel, 12-vel és 16-tal osztva maradékul rendre 5-öt, 7-et és 11-et kapunk'!

69. Melyik az a legkisebb négyjegyű szám, amely 6-tal osztva 4, 9-cel osztva 7, 12-vel osztva 10, 16-tal osztva pedig 14 maradékot ad?

70. Melyik az a legkisebb és legnagyobb háromjegyű szám, amelyet 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel és 6-tal osztva maradékul rendre 1-et, 2-t, 3-at, 4-et, 5-öt kapunk'!

71. Mi a legnagyobb közös osztója, illetve legkisebb közös többszöröse két olyan számnak, amelyek
a) közül az egyik osztója a másiknak; b) relatív prímekek?

72. Határozza meg azt a legkisebb pozitív egész számot, amely minden egyjegyű pozitív számmal osztható!

73. Melyik az a legkisebb pozitív egész szám, amelynek 3 illetve 6 pozitív osztója van?

74. Melyik az a két pozitív, nem relatív prím szám, amelyek legkisebb közös többszöröse 637?

75. Alakítsd át a 400-at 2-es számrendszerbeli számmá!

76. Alakítsd át az 500-at 2-es számrendszerbeli számmá!

77. Váltsd át tízes számrendszerbe az 110011_2 -t!

78. Váltsd át tízes számrendszerbe az 123123_8 -t!