

## Gyakorló feladatok a geometria témazáró dolgozathoz

### Elmélet

1. Mit értünk két pont, egy pont és egy egyenes, egy pont és egy sík, két metsző, két párhuzamos illetve két kitérő egyenes, egy egyenes és egy sík, illetve két sík távolságán?
  2. Sorold fel a nevezetes szög párokat és tulajdonságaikat!
  3. Mit tudsz a háromszög oldalai, szögei, illetve oldalai és szögei közti összefüggésekről?
  4. Mit tudsz a háromszög oldalfelező merőlegeseiről? (definíció és tétel)
  5. Mit tudsz a háromszög belső szögfelezőiről? (definíció és tétel)
  6. Mit tudsz a háromszög súlyvonalairól? (definíció és tétel)
  7. Mit tudsz a háromszög középvonalairól? (definíció és tétel)
  8. Fogalmazd meg szavakban Pithagorasz tételét!
  9. Fogalmazd meg Thálész tételét! (definíció és tétel)
  10. Fogalmazd meg Thálész tételének megfordítását! (definíció és tétel)
  11. Definiáld az egyes négyszögeket, sorold fel tulajdonságaikat (az oldalak, szögek és átlók tekintetében)
  12. Definiáld szabályos sokszögeket, sorold fel tulajdonságaikat (a szögek és átlók tekintetében)
13. Döntsd el az alábbi állításokról, hogy igazak vagy hamisak!
- a) Két ponton át a térben végtelen sok egyenes húzható
  - b) Két ponton át a térben végtelen sok sík fektethető
  - c) Egy ponton és egy egyenesen egyetlen sík fektethető
  - d) Ha egy síktól egy vele párhuzamos egyenes 10 cm távolságra van, egy pont az egyenestől pedig 5 cm-re, akkor a pont a síktól 5 cm távolságban van
  - e) Ha egy egyenes merőleges egy síkra, akkor annak minden egyenesére merőleges
  - f) A térben két egyenes metsző vagy párhuzamos
  - g) A térben egyenes és egy sík által bezárt szögön a legnagyobbat értjük
  - h) Két sík közös pontjainak halmaza mindig egyenes
  - i) Két sík közös pontjainak halmaza lehet egyenes
  - j) A háromszög köréírható körének középpontja a súlyvonalak metszéspontja
  - k) A háromszög belső szögfelezői felezik az oldalakat
  - l) A háromszög magasságvonalai felezik a szögeket
  - m) Az egyenlő szárú háromszög egyik magasságvonala felezi az egyik szöget
  - n) Az egyenlő szárú háromszögnek van két egyenlő nagyságú súlyvonala
  - o) Az egyenlő szárú háromszögnek van két egyenlő nagyságú középvonala
  - p) A szabályos háromszög magasságvonalai felezik a szögeket
  - q) A szabályos háromszög magasságvonalainak metszéspontja a köréírható körének középpontja
  - r) A trapéz egy alapon fekvő szögei egyenlők
  - s) A trapéz egy alapon fekvő szögeinek összege  $180^\circ$
  - t) A trapéz egyik belső szöge egyenlő az ugyanazon száron fekvő másik külső szöggel
  - u) A trapéznek vannak belső szögei, amelyek váltószögek
  - v) A trapéznek vannak belső szögei, amelyek kiegészítő szögek

- w) A trapéz átlói egyenlők
- x) A trapéznek mindig van két különböző nagyságú szöge
- y) A húrtrapéznek mindig van két egyenlő nagyságú szöge
- z) A trapéznek vannak egyállású belső szögei
- aa) A paralelogramma szomszédos szögeinek összege  $180^\circ$
- bb) A paralelogramma átlói felezik egymást
- cc) A paralelogramma átlói egyenlők
- dd) A paralelogramma átlói felezik a szögeket
- ee) A rombusz átlói egyenlők
- ff) A rombusz két szemközti oldalának összege egyenlő a másik két szemközti oldalának összegével
- gg) A deltoid átlói felezik a szögeket
- hh) A deltoid szomszédos szögeinek összege  $180^\circ$
- ii) A deltoid átlói felezik egymást
- jj) A deltoid átlói merőlegesek egymásra
- kk) A deltoid szemközti szögeinek összege egyenlő
- ll) A deltoid szemközti oldalainak összege egyenlő
- mm) A deltoidnak vannak belső szögei, amelyek váltószögek
- nn) A deltoidnak mindig van körülírható köre
- oo) A téglalap szabályos négyszög
- pp) A téglalapnak mindig van körülírható köre
- qq) A téglalapnak mindig van beírható köre

14. Egy húrtrapéz átlói  $40^\circ$ -os szöget zárnak be a hosszabb alappal. Mekkora szöget zárnak be egymással az átlók?
15. Egy trapéz két szöge  $50^\circ$  és  $100^\circ$ . Mekkora a másik két szöge?
16. Egy húrtrapéz egyik külső szöge  $108^\circ$ . Mekkora a belső szögei?
17. Egy húrtrapéz két szögének aránya  $5 : 7$ . Mekkora a szögei?
18. Egy paralelogramma egyik külső szöge  $125^\circ$ . Mekkora a belső szögei?
19. Egy deltoid két szöge  $100^\circ$ – $100^\circ$ . A másik kettő aránya  $3 : 5$ . Mekkora a szögei?
20. Egy háromszög egyik külső szöge  $102^\circ$ , a másik két belső szög aránya  $1 : 2$ . Mekkora a háromszög belső és külső szögei?
21. Egy háromszög egyik belső szöge  $72^\circ$ , a másik két külső szög aránya  $4 : 5$ . Mekkora a háromszög belső és külső szögei?
22. Egy háromszög egyik külső szöge  $132^\circ$ , a másik két belső szög különbsége  $22^\circ$ . Mekkora a háromszög belső és külső szögei?
23. Egy háromszög egyik belső szöge  $58^\circ$ , a másik két külső szög különbsége  $38^\circ$ . Mekkora a háromszög belső és külső szögei?
24. Egy háromszögben  $\alpha = 62^\circ$ . Mekkora szöget zár be
  - a) a  $B$  és  $C$  csúcsból kiinduló magasság
  - b) a  $B$  és  $C$  csúcsból kiinduló szögfelező
25. Egy háromszög belső szögeinek aránya  $2 : 3 : 7$ . Mekkora a belső és külső szögei?
26. Egy háromszög külső szögeinek aránya  $3 : 5 : 10$ . Mekkora a belső és külső szögei?
27. Egy háromszög két oldalának hossza adott. Milyen értékeket vehet fel a harmadik oldal?
  - a)  $a = 6 \text{ cm}$ ,  $b = 10$ ,  $c = ?$
  - b)  $b = 4,5 \text{ cm}$ ,  $c = 8$ ,  $a = ?$
  - c)  $c = 7 \text{ cm}$ ,  $a = 9,5$ ,  $b = ?$

28. Egy egyenlő szárú háromszög egyik oldalának hossza adott. Milyen értékeket vehet fel a másik (két) oldal?
29. Alapjának hossza:  $a = 6$  cm. Mekkora a szára?
30. Szárának hossza:  $b = 12$  cm. Mekkora az alapja?
31. Egy szabályos háromszög oldala 7 cm. Mekkora a területe?
32. Egy egyenlő szárú háromszög alapja  $a = 12$  cm, szára  $b = 10$  cm. Mekkora a területe?
33. Béla kertje téglalap alakú, mely oldalainak aránya 4 : 7, kerülete pedig 88 mm. Hány kg fűmagot vegyen, ha 1 kg mag 14 m<sup>2</sup> befűvesítésére elegendő? Milyen távol van a kert két legtávolabbi pontja?
34. Béla téglalap alakú úszómedencéjének az alján a két legtávolabbi pont 22,5 m-re van egymástól. A medence oldalainak aránya 8 : 15. Hány liter víz fér a medencébe, ha 120 cm mély? Hány kg festéket kell vásárolnia, ha 1 kg festéssel 20 m<sup>2</sup>-t tud lekenni?
35. Egy rombusz alakú padlásablak kerülete 240 cm, két szemközti csúcsának távolsága 96 cm. Mekkora a másik két szemközti csúcs távolsága? Mekkora felületen hatol be a fény a padlásra?
36. Egy rombusz egyik átlója 16 cm, területe pedig 72 cm<sup>2</sup>. Mekkora a másik átlója és a területe? Mekkora az oldalai?
37. Béla deltoid alakú papírsárkányt épít. Hossza 120 cm, és a másik átló 1 : 2 arányban osztja. Béla 48 dm<sup>2</sup> felületet borított be az elkészítésekor. Milyen széles a sárkány? Milyen hosszú (a csúcsokon átmenő) zsinórral kellett körbekeríteni a sárkányt, hogy ki tudja feszíteni rá a papírt?
38. Egy négyzet átlója 20 cm. Mekkora a területe?
39. Legalább mekkora sugarú körből lehet kivágni 800 cm<sup>2</sup> területű négyzetet?
40. Egy háromszög oldalainak hossza adott. Döntsd el, hogy hegyes-, derék- vagy tompaszögű háromszög!
- $a = 4$  cm,  $b = 5$  cm,  $c = 6$  cm
  - $a = 5$  cm,  $b = 7$  cm,  $c = 11$  cm
  - $a = 6$  cm,  $b = 8$  cm,  $c = 9$  cm
  - $a = 6$  cm,  $b = 8$  cm,  $c = 10$  cm
  - $a = 11$  cm,  $b = 17$  cm,  $c = 25$  cm
  - $a = 8$  cm,  $b = 15$  cm,  $c = 17$  cm
41. Egy húrtrapéz két alapja 8 cm és 14 cm. Szárainak hossza 5 cm. Mekkora területe? Mekkora az átlói?
42. Egy húrtrapéz területe 152 cm<sup>2</sup>, alapjainak hossza 13 cm, illetve 25 cm. Mekkora a szárai? Mekkora az átlói?
43. Egy húrtrapéz átlóinak hossza 65 cm, magassága 12 cm, hosszabb alapja pedig 7 cm. Mekkora a szárai? Mekkora a területe?
44. Béla kerti piramisának alapélei 12 m, oldalélei pedig 10 m hosszúak. Milyen magas a piramis?
45. Béla kertjének két, 50 méterre lévő sarka közt 4 m magasan villanyvezetékét feszít ki, és a vezeték közepére egy nagy fényerejű lámpát függeszt. A lámpa 80 cm mélyre lóg be a vezeték végeinek magasságához viszonyítva. Milyen hosszú a vezeték?
46. Szerkessz háromszöget az alábbi adatokból!  
( $m$ : magasságvonal,  $f_a$ : az  $a$  oldalhoz tartozó oldalfelező merőleges,  $f_\beta$ : a  $\beta$  szög felezője,  $s_c$ : a  $c$  oldalhoz tartozó súlyvonal,  $R$ : a köré írt kör sugara)
- $a = 5,6$  cm ;  $b = 65$  mm ;  $s_a = 4,5$  cm
  - $b = 5,2$  cm ;  $\alpha = 60^\circ$  ;  $f_a = 4$  cm
  - $c = 6$  cm ;  $m_c = 42$  mm ;  $b = 7$  cm
  - $R = 35$  mm ;  $a = 5$  cm ;  $s_a = 4$  cm
  - $R = 43$  mm ;  $b = 6$  cm ;  $m_b = 4$  cm

- f)  $c = 52 \text{ mm}$  ;  $m_c = 4 \text{ cm}$  ;  $s_c = 4,5 \text{ cm}$   
g)  $a = 7 \text{ cm}$  ;  $\alpha = 45^\circ$  ;  $\beta = 75^\circ$

47. Szerkessz derékszögű háromszöget az alábbi adatokból! ( $c$  az átfogó)

- a)  $R = 4 \text{ cm}$  ;  $m_c = 3 \text{ cm}$   
b)  $R = 36 \text{ mm}$  ;  $s_c = 32 \text{ mm}$   
c)  $R = 4,5 \text{ cm}$  ;  $\beta = 75^\circ$   
d)  $R = 5 \text{ cm}$  ;  $a = 72 \text{ mm}$   
e)  $c = 7 \text{ cm}$  ;  $m_c = 32 \text{ mm}$   
f)  $c = 8,5 \text{ cm}$  ;  $s_c = 37 \text{ mm}$   
g)  $c = 9 \text{ cm}$  ;  $b = 64 \text{ mm}$

48. Szerkessz érintőt a körhöz a  $P$  pontból, ha  $r$  sugara és  $t$  a kör középpontjának a  $P$ -től mért távolsága.

- a)  $r = 4 \text{ cm}$  ;  $t = 6 \text{ cm}$   
b)  $r = 3 \text{ cm}$  ;  $t = 8 \text{ cm}$   
c)  $r = 35 \text{ mm}$  ;  $t = 10 \text{ cm}$

49. Döntsd el az alábbi állításokról, hogy igazak vagy hamisak!

- a) Minden trapéz paralelogramma  
b) Minden paralelogramma trapéz  
c) Van olyan paralelogramma, amely trapéz  
d) Van olyan trapéz, amely paralelogramma  
e) Minden téglalap paralelogramma  
f) Minden paralelogramma téglalap  
g) Van olyan téglalap, amely paralelogramma  
h) Van olyan paralelogramma, amely téglalap  
i) Ha egy négyszög rombusz, akkor paralelogramma  
j) Ha egy négyszög paralelogramma, akkor rombusz  
k) Van olyan rombusz, amely paralelogramma  
l) Van olyan paralelogramma, amely rombusz  
m) Minden rombusz deltoid  
n) Minden deltoid rombusz  
o) Van olyan deltoid, amely rombusz  
p) Van olyan rombusz, amely deltoid  
q) Ha egy négyszög téglalap, akkor deltoid  
r) Ha egy négyszög deltoid, akkor téglalap  
s) Van olyan deltoid, amely téglalap  
t) Van olyan téglalap, amely deltoid  
u) Ha egy deltoid téglalap, akkor négyzet  
v) Ha egy téglalap deltoid, akkor négyzet  
w) Ha egy paralelogramma deltoid, akkor rombusz  
x) Ha egy deltoid paralelogramma, akkor rombusz

50. Számold ki az adott négyszög hiányzó belső és külső szögeinek nagyságát, ha adottak a következők:

- a) Egy trapéz alapon fekvő szögei:  $65^\circ$  illetve  $80^\circ$   
b) Egy paralelogramma egyik átlója  $40$  illetve  $30^\circ$ -os szöget zár be az oldalakkal  
c) Egy deltoid két szemközti szöge  $50^\circ$  illetve  $110^\circ$

- d) Egy deltoid szögeinek aránya  $3 : 5 : 7 : 5$
- e) Egy rombusz egyik átlója  $28^\circ$ -os szöget zár be az oldalakkal
- f) Egy húrtrapéz egyik szöge  $70^\circ$
- g) Egy húrtrapéz átlói által bezárt szög  $40^\circ$

51. Számold ki a sokszög belső és külső szögeinek összegét, és átlóinak számát, ha oldalainak száma

- a) 6
- b) 16
- c) 25
- d) 36
- e) 45

52. Adott szabályos sokszög belső szögeinek nagysága ( $\alpha$ ). Számold ki a külső szögeinek nagyságát, a belső szögek összegét, a külső szögek összegét és átlóinak számát!

- a)  $\alpha = 144^\circ$
- b)  $\alpha = 160^\circ$
- c)  $\alpha = 165^\circ$
- d)  $\alpha = 140^\circ$
- e)  $\alpha = 156^\circ$

53. Adott szabályos sokszög egy oldalához tartozó középponti szög nagysága ( $\alpha$ ). Számold ki a belső és külső szögeinek nagyságát, a belső szögek összegét, a külső szögek összegét és átlóinak számát!

- a)  $\alpha = 45^\circ$
- b)  $\alpha = 36^\circ$
- c)  $\alpha = 30^\circ$
- d)  $\alpha = 12^\circ$
- e)  $\alpha = 9^\circ$

COPY RIGHT BY PORKOLÁB TAMÁS