

FÜGGVÉNYEK TULAJDONSÁGAI, JELLEMZÉSI SZEMPONTJAI

FÜGGVÉNY: Adott két halmaz, H és K . Ha a H halmaz minden egyes eleméhez egyértelműen hozzárendeljük a K halmaznak egy-egy elemét, akkor a hozzárendelést függvénynek nevezzük. H a függvény értelmezési tartománya, K pedig a képhalmaz.

1. ÉRTELMEZÉSI TARTOMÁNY

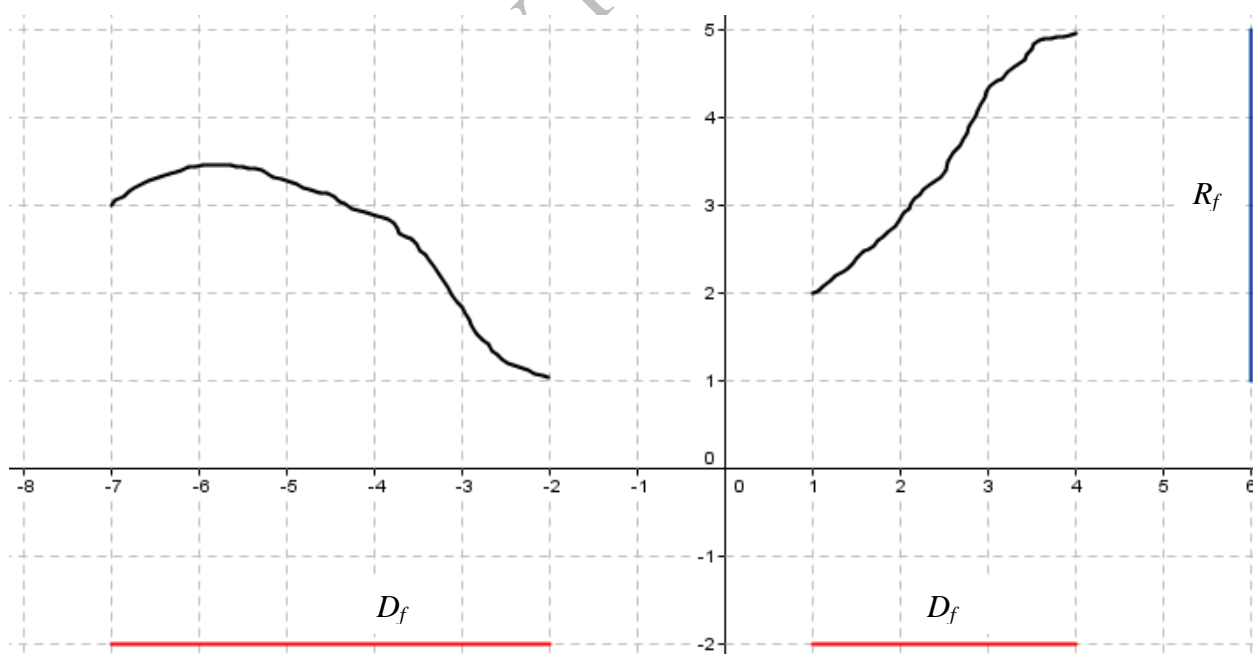
Az a legbővebb halmaz, amelynek elemeihez a függvény hozzárendel valamilyen képhalmazbeli elemet. Szám-szám függvények esetén azon x -ek halmaza, amelyek behelyettesíthetők a függvény hozzárendelési szabályába. A koordináta-rendszerben azon x -ek halmaza, melyekhez tartozik függvényérték.

Jele: D_f (domain)

2. ÉRTÉKKÉSZLET

A képhalmaz azon részhalmaza, amelynek elemeit a függvény hozzárendeli valamilyen értelmezési tartománybeli elemhez. Másképpen a függvényértékek halmaza. A koordináta-rendszerben a függvény által felvett y értékek halmaza.

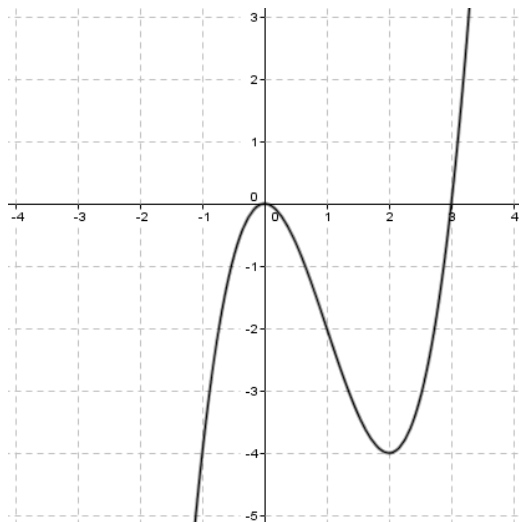
Jele: R_f (range)



Az ábrán látható függvény értelmezési tartománya: $D_f = [-7; -2] \cup [1; 4]$, értékészlete pedig: $R_f = [1; 5]$.

3. ZÉRUSHELY

Minden olyan eleme az értelmezési tartománynak, melyekhez 0 függvényérték tartozik. A koordináta-rendszerben az az x érték, ahol a függvény grafikonja metszi vagy érinti az x tengelyt.

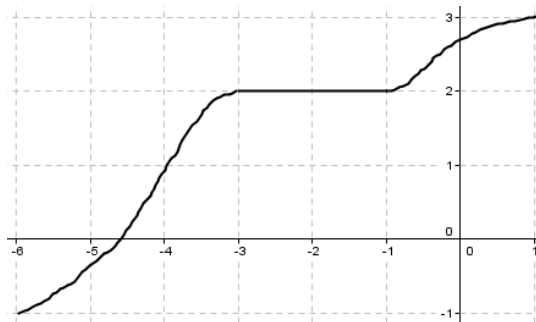


Az ábrán látható függvény zérushelyei $x = 0$ és $x = 3$.

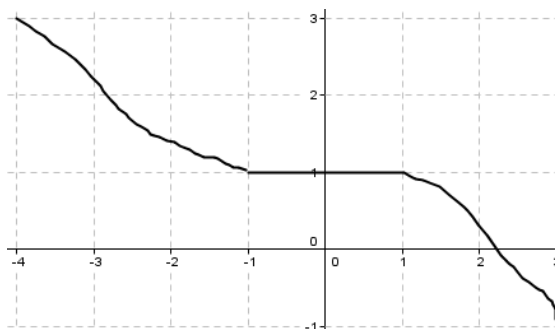
4. MONOTONITÁS (A FÜGGVÉNY MENETE)

Beszélhetünk monotonitásról és szigorú monotonitásról.

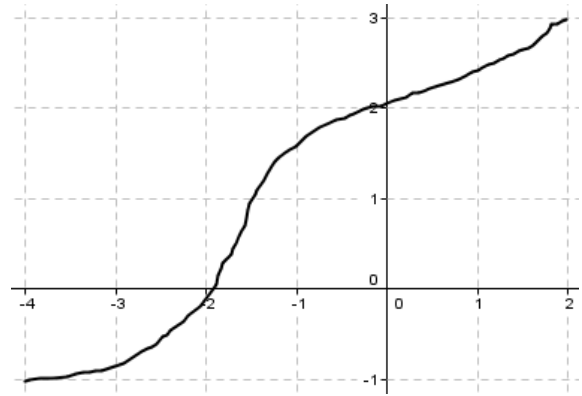
Egy $f(x)$ függvény egy intervallumon monoton növekedő, ha az intervallum bármely $x_1 < x_2$ elemei esetén $f(x_1) \leq f(x_2)$.



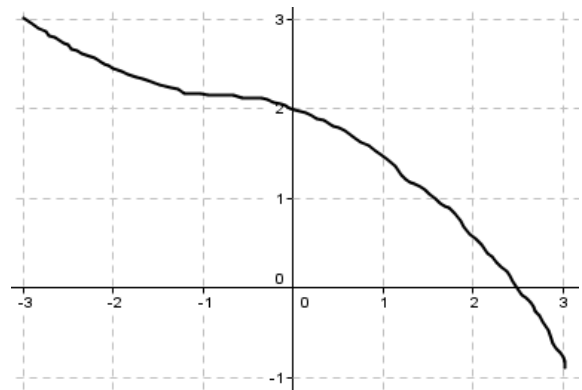
Egy $f(x)$ függvény egy intervallumon szigorúan monoton növekedő, ha az intervallum bármely $x_1 < x_2$ elemei esetén $f(x_1) < f(x_2)$.



Egy $f(x)$ függvény egy intervallumon monoton csökkenő, ha az intervallum bármely $x_1 < x_2$ elemei esetén $f(x_1) \geq f(x_2)$.



Egy $f(x)$ függvény egy intervallumon szigorúan monoton csökkenő, ha az intervallum bármely $x_1 < x_2$ elemei esetén $f(x_1) > f(x_2)$.



5. SZÉLSŐÉRTÉK

Egy függvény szélsőértékhelye az az x érték, amelynél a függvény értéke a legnagyobb vagy legkisebb egy adott intervallumon vagy az egész értelmezési tartományon.

Lokális vagy helyi szélsőértékről beszélünk, ha az értelmezési tartománynak egy részhalmazán vagy egészen a legnagyobb vagy legkisebb az adott szélsőérték.

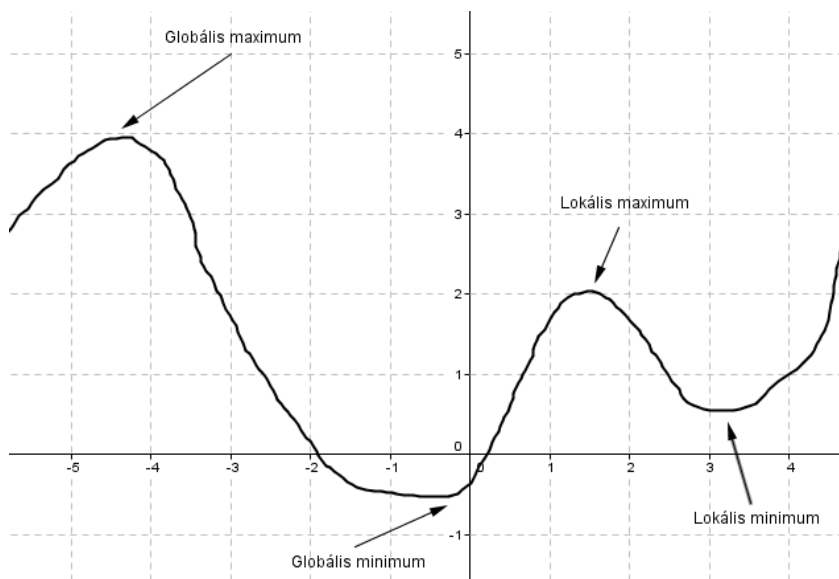
Totális vagy globális szélsőértékről beszélünk, ha az értelmezési tartomány egészen a legnagyobb vagy legkisebb az adott szélsőérték.

Lokális maximuma van $f(x)$ -nek x_0 -ban, ha van olyan környezete, hogy bármely ezen környezetbeli x esetén $f(x) \leq f(x_0)$.

Lokális minimuma van $f(x)$ -nek x_0 -ban, ha van olyan környezete, hogy bármely ezen környezetbeli x esetén $f(x) \geq f(x_0)$.

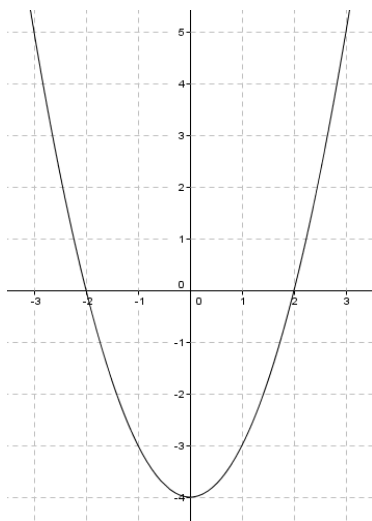
Globális maximuma van $f(x)$ -nek x_0 -ban, ha bármely értelmezési tartománybeli x esetén $f(x) \leq f(x_0)$.

Globális minimuma van $f(x)$ -nek x_0 -ban, ha bármely értelmezési tartománybeli x esetén $f(x) \geq f(x_0)$.

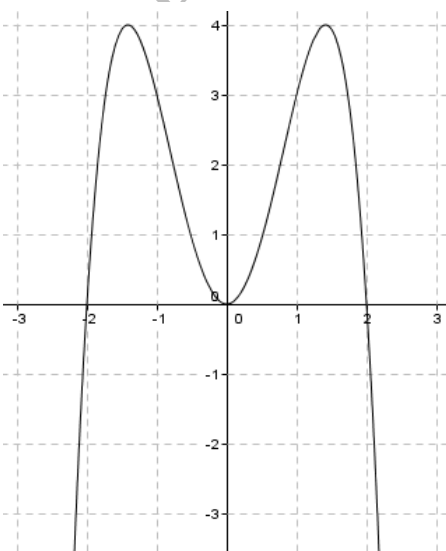


Egy $f(x)$ függvénynek lehet több lokális szélsőértéke is. Minden totális szélsőérték egyben lokális is, fordítva természetesen nem igaz.

6. KORLÁTOSSÁG

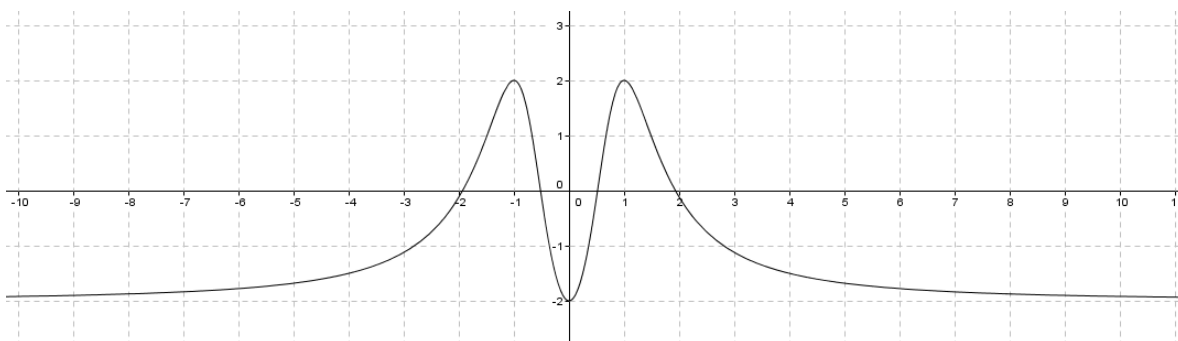


Egy $f(x)$ függvényt alulról korlátosnak nevezünk, ha létezik olyan k valós szám, hogy minden értelmezési tartománybeli x esetén $f(x) \geq k$. Az ábrán látható függvény legnagyobb alsó korlátja: $y = -4$.



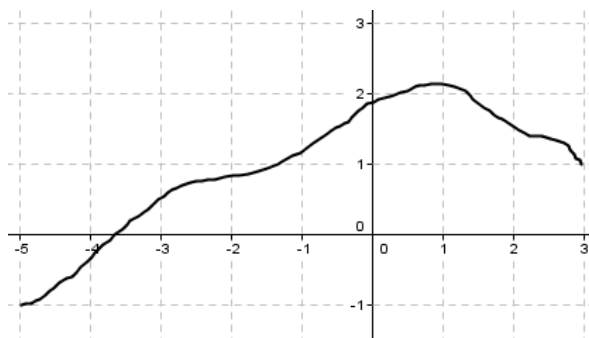
Egy $f(x)$ függvényt felülről korlátosnak nevezünk, ha létezik olyan K valós szám, hogy minden értelmezési tartománybeli x esetén $f(x) \leq K$. Az ábrán látható függvény legkisebb felső korlátja: $y = 4$.

Egy $f(x)$ függvényt korlátosnak nevezünk, ha alulról és felülről is korlátos. Az ábrán látható függvény legnagyobb alsó korlátja $y = -2$, legkisebb felső korlátja pedig $y = 2$.

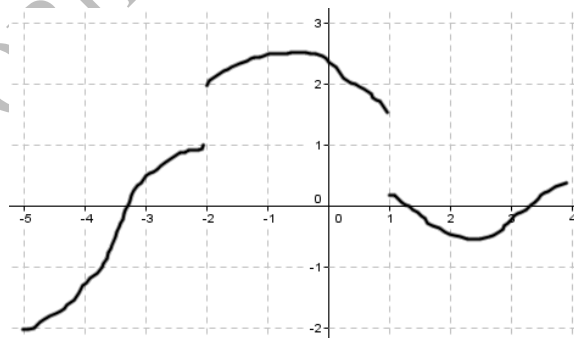


7. FOLYTONOSSÁG

Az $f(x)$ függvény folytonos egy adott intervallumon, ha ott a függvény megrajzolható úgy, hogy nem kell felemelnünk a ceruzát.



folytonos

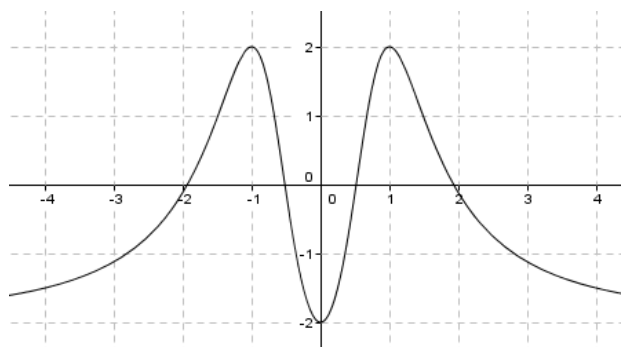


nem folytonos

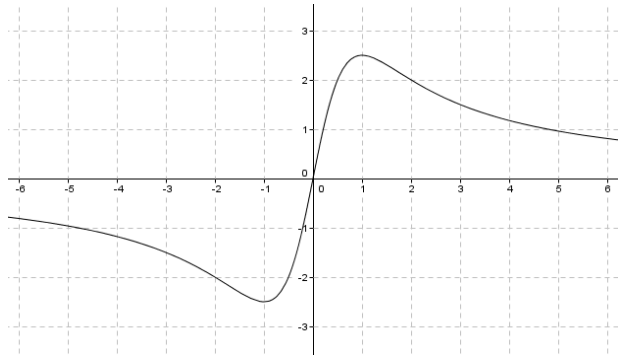
8. PARITÁS

Egy $f(x)$ függvény lehet páros, páratlan, vagy egyik sem.

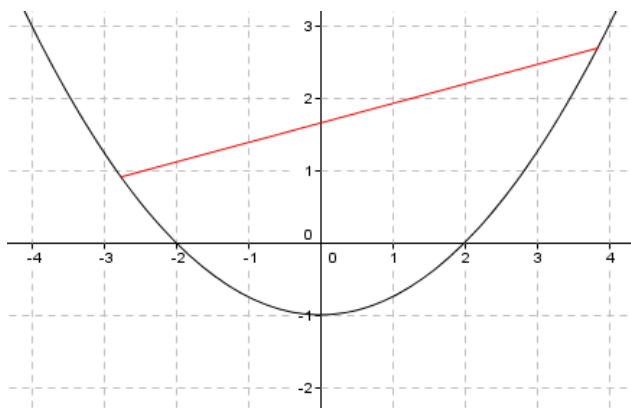
Egy $f(x)$ függvényt párosnak nevezünk, ha minden értelmezési tartománybeli x esetén $f(-x) = f(x)$. Ez egyben azt is jelenti, hogy a függvény grafikonja tengelyesen szimmetrikus az y tengelyre.



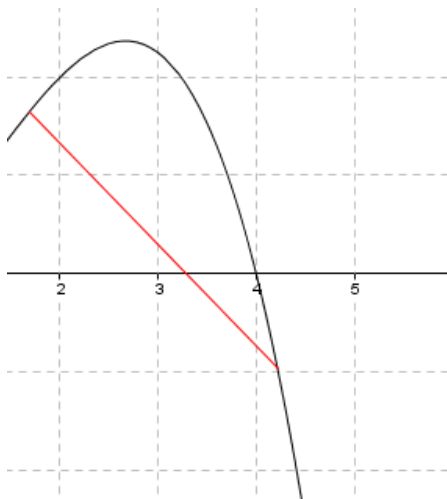
Egy $f(x)$ függvényt páratlannak nevezünk, ha minden értelmezési tartománybeli x esetén $f(-x) = -f(x)$. Másképpen: a függvény grafikonja középpontosan szimmetrikus az origóra.



9. KONVEXITÁS



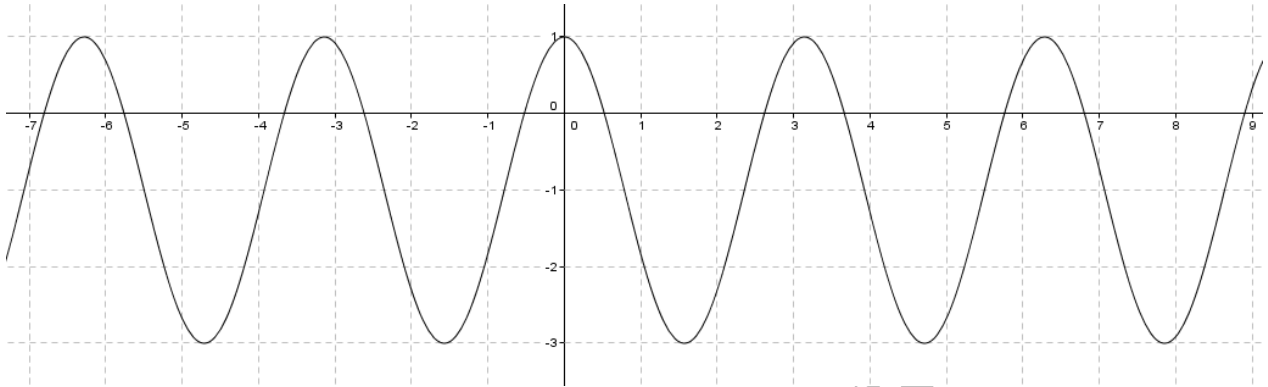
Egy $f(x)$ függvény egy intervallumon konvex, ha a függvény grafikonjának bármely két pontját is kötjük össze az intervallumon belül, az őket összekötő húr a függvény grafikonja felett található. Vagyis a függvény grafikonja felett nem lehet elbújni.



Egy $f(x)$ függvény egy intervallumon konkáv, ha a függvény grafikonjának bármely két pontját is kötjük össze az intervallumon belül, az őket összekötő húr a függvény grafikonja alatt található. Azaz a függvény grafikonja felett el lehet bújni.

10. PERIODICITÁS

Egy $f(x)$ függvény periodikus, ha minden értelmezési tartománybeli x esetén $f(x+p) = f(x)$, azaz a p -vel nagyobb x -hez ugyanazt a függvényértéket rendeli, mint x -hez. Másképpen: ha x irányban p -vel elcsúsztatjuk a függvény grafikonját, fedésbe kerül önmagával. A legkisebb ilyen p értéket az $f(x)$ függvény periódusának nevezzük.



Az ábrák GeoGebra programmal készültek.

COPY RIGHT BY PORKOLÁB