

Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek

1. Az egyenlet, azonosság, ellentmondás fogalma
2. A mérlegelv
3. Törtegyűthetős egyenletek, algebrai törtes egyenletek
4. Egyenletek értelmezési tartományának és értékkészletének vizsgálata
5. Egyenlet megoldása szorzattá alakítással
6. Egyenlettel megoldható szöveges feladatok (életkoros, mozgással kapcsolatos, helyiértékes, százalékszámítás, oldatok keverése, hígítása, közös munkavégzés)
7. Egyenlőtlenségek, törtes is
8. Abszolútértéket tartalmazó egyenletek, egyenlőtlenségek
9. Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszerek, új ismeretlen bevezetése
10. Egyenletrendszerekkel megoldható szöveges feladatok

A mérlegelv

<http://www.mathsnet.net/algebra/balance.html>

<http://www.math-play.com/Two-Step-Equations-Game.html>

Törtegyűthetős egyenletek, algebrai törtes egyenletek

$$1. \frac{2x+4}{x-3} - 5 = \frac{x-1}{x-3}$$

$$2. 7 - 2x - \frac{1-3x}{7} = 2 - \frac{2x-1}{3}$$

$$3. \frac{4x-5}{7-2x} = 5 - \frac{7-3x}{7-2x}$$

$$4. \frac{11-3x}{7x+1} = 3 - \frac{3+13x}{7x+1}$$

$$5. \frac{6-5x}{2-3x} = 5 - \frac{30+3x}{2-3x}$$

$$6. \frac{3}{x(2x-1)} + \frac{5}{x} = \frac{1}{2x-1}$$

$$7. \frac{7-x}{x-5} = \frac{2}{x-5} + 3$$

$$8. \frac{3x+6}{4x-7} - \frac{8-6x}{4x-7} = 5$$

$$9. \frac{2x}{x-1} - \frac{7}{2} = \frac{x+1}{x-1} - \frac{5}{2x-2}$$

$$10. \frac{x+1}{x-1} - \frac{2(x+2)}{3x-3} = \frac{1}{3}$$

Egyenletek értelmezési tartományának és értékészletének vizsgálata

Értelmezési tartomány vizsgálata

1. $\sqrt{5x-4} = \sqrt{0,8-x}$

2. $\sqrt{6-x} + \sqrt{x-8} = 2$

3. $\sqrt{x} + \sqrt{-x} = 0$

4. $\sqrt{2x-1} + \sqrt{1-2x} = 1$

5. $\sqrt{x-5} + \sqrt{5-x} = 3$

6. $\sqrt{4x-8} - \sqrt{10-5x} = 1$

7. $2\sqrt{3x-6} - \sqrt{2-x} = 0$

Értékészlet vizsgálata

1. $\sqrt{4x-3} = -3$

2. $\sqrt{x+2} + 2 = 0$

3. $\sqrt{x+1} + \sqrt{x+3} = 0$

4. $\sqrt{x-5} + \sqrt{5-x} = 0$

5. $\frac{3}{x-5} = 0$

6. $|x+3| + |x-2| = 0$

7. $|2x+6| + |8-x| = 0$

8. $|5x-2| + \left|x - \frac{y}{2}\right| = -3$

9. $|2x-6| + |y-2x| = 0$

10. $-\frac{4}{3}|x+6| = 8$

11. $(x+8)^2 + (x-2)^2 = 0$

12. $(1-x)^2 + (2y-4)^2 = 0$

13. $(y-x)^2 + (2y+1)^2 = 0$

14. $(5x-10)^2 + (x+1)^2 = 0$

15. $(2x-5)^2 + |5x-2| = 0$

16. $(2x+8)^2 + (x-4)^2 = 0$

17. $\frac{12}{(4x-6)^4} + \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = 0$

Egyenlet megoldása szorzattá alakítással

1. $(4x-3)(x^2 + 2x + 1) = 0$

2. $x^2 - 8x = 0$

3. $x^3 - 4x = 0$

4. $x^3 + 6x^2 + 9x = 0$

5. $x^2 - 3x + 2x - 6 = 0$

6. $12x - 4x^2 + 2x + 6 = 0$

7. $x^2 - 8x + 16 + (x - 4)(x + 4) = 0$

Egyenlettel megoldható szöveges feladatok

- életkorral kapcsolatos
 - mozgással kapcsolatos
 - helyiértékes
 - százalékszámítás
 - oldatok keverése higitása
 - közös munkavégzés
1. Gondoltam egy számot. Hozzáadtam nyolcat, majd megszoroztam hárommal. Végül kivontam az eredményből kilencet, így hatszor akkora számot kaptam, mint amire gondoltam. Melyik számra gondoltam?
 2. Gondoltam egy számot. Kivontam belőle hármat, majd az eredményt megszoroztam nyolccal, aztán kivontam belőle hetet. Végül megszoroztam négygel, eredményül 100-at kaptam. Melyik számra gondoltam?
 3. Egy 36 éves anyának 6 éves fia van. Hány év múlva lesz az anya háromszor annyi idős, mint a fia?
 4. Béla 24 évvel idősebb fiánál, Aladárnál. Nyolc év múlva háromszor annyi idős lesz. Hány évesek most?
 5. Dénes 28 évvel idősebb fiánál. 15 év múlva kétszer annyi idős lesz. Hány év lesz akkor életkoruk különbsége?
 6. Egy bankjegykiadó automata készlete az ünnepek előtt szinte teljesen kifogyott. Összesen 61000 Ft maradt benne 2000-es és 5000-es címletekben. Hány darab 2000-es és 5000-es maradt az automatában, ha egy híján kétszer annyi 2000-es van, mint 5000-es.
 7. Tudjuk, hogy egy dobozban ötször annyi szög van, mint egy másikban. Az egyikből átraktunk a másikba 32 db szöget, így mindkét dobozban ugyanannyi szög lett. Mennyi szög volt a dobozokban eredetileg és a pakolás után?
 8. Egy osztály tanulóinak $\frac{1}{6}$ -a jár gyalog az iskolába, $\frac{2}{3}$ -a jár valamilyen tömegközlekedési eszközzel, a többi 5 diákot kocsival hozzák. Hány tanulója van az osztálynak? Hányan jönnek gyalog, és hányan valamilyen járművel?
 9. Elutazás előtt zoknikat csomagolok. A fiókból kivettem három pár zoknit, majd a maradék egyharmadát. Később kivettem a fiókból még egyet, ekkor a zoknik fele maradt a fiókban. Hány pár zoknim van? Mennyit vittem magammal az utazásra?
 10. Hány gramm 22%-os és hány gramm 68%-os sósavoldatot kell összeöntenünk, hogy 115 g 40%-os oldatot kapjunk?
 11. Béla most 7 éves, édesanyja pedig 40. Hány év múlva lesz édesanyja kétszer olyan idős, mint Béla?

12. Béla zsebében összesen 64 Ft van, 20 pénzérme, 2 és 5 Ft-osok alakjában. Hány darab van az egyes érmékből?
13. Béla butikos. Egy zakó és egy nadrág együtt 24000 Ft. Január elsején a zakó árát 40%-kal, a nadrág árát pedig 16%-kal csökkenti, hogy áruk egyenlő legyen. Mennyibe kerültek az árucikkek árleszállítás előtt és után?
14. Béla butikos. Egy zakó és egy nadrág együtt 18000 Ft. Január elsején a zakó árát 12%-kal, a nadrág árát pedig 40%-kal felemeli, hogy áruk egyenlő legyen. Mennyibe kerültek az árucikkek áremelés előtt és után?
15. Egy 8000 Ft-os kabát árát 60 %-kal felemelték. Hány %-kal kell csökkenteni, hogy az eredeti áron árulhassák?
16. Egy szoknya, egy nadrág együtt 6000 Ft. Béla – a bolt tulajdonosa – a szoknya árát 40 %-kal, a nadrág árát 20 %-kal emeli fel, így a szoknya és a nadrág árának összege 7700 Ft lesz. Mennyi az új áruk?
17. Béla vesz egy könyvet és egy nadrágot, ÁFA nélkül összesen 7200 Ft-ért. A nadrág esetén 25%, a könyv esetén 20% az ÁFA. Tudjuk, hogy a két termék ÁFÁ-ja egyenlő. Mennyibe kerül a könyv, és mennyibe a nadrág?
18. 400 g 20 %-os sósavoldathoz hány gramm 48 %-ost kell önteni, hogy 32 %-os oldatot kapjunk?
19. Béla édesanyja kérésére 16%-os sósav oldatot készít. 2 liter 25%-os sósavoldathoz mennyi 10%-ost kell kevernie, hogy 16%-os oldatot kapjon?
20. Mekkora az annak a háromszögnek a szögei, amelynek egyik szöge 20° -kal kisebb a másodiknál, harmadik szöge pedig 10° -kal kisebb az elsőnél?
21. Béla 6 liter 21 %-os kénsavhoz 51 %-os kénsavat kever, így 33 %-os oldatot kap. Hány litert kevert az eredeti oldathoz?
22. Béla egy kétjegyű számra gondolt, melynek egyik számjegye 2-vel nagyobb a másiknál. Ha a számjegyeket felcseréljük, az eredeti kétszeresénél 6-tal kisebb számot kapunk. Melyik számra gondolt Béla?
23. Egy kétjegyű szám első számjegye 4-gyel kisebb a másodiknál. Ha a számjegyeket felcseréljük és az így kapott számot összeadjuk az eredetivel, akkor olyan háromjegyű számot kapunk, amelynek középső számjegye egyenlő az eredeti szám első számjegyével, utolsó számjegye pedig az eredeti szám számjegyeinek különbségével. Mi volt az eredeti szám?
24. Béla autóját hajnalban ellopták, és a tolvajok 4 órakor elindultak vele $75 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ átlagsebességgel Hollandiába. Béla értesíti a rendőrséget, így Pityke Örmester 5 órakor utánuk indul $90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ átlagsebességgel. Mennyi idő múlva és hol éri utol a tolvajokat?
25. Két város egymástól 128 km-re van. Az egyik városból elindul a másikba $16 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel egy kerékpáros, a másik városból pedig 1 órával később vele szemben $20 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel egy másik kerékpáros. Az első kerékpáros indulása után hány órával találkoznak és mennyi utat tesznek meg a találkozásig?

26. Egy folyó menti A városból B-be evez két kenus. Az egyik sebessége $10 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, a másiké $7,5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. A gyorsabb kenus 2,5 órával később indul el az A városból, így egyszerre érnek B-be. Milyen messze van egymástól a két város?
27. Béla és Józsi elindul egymás felé Pécsről illetve Lajosmizséről reggel 8 órakor. A két város távolsága 180 km. Egy és negyed óra múlva találkoznak. Mekkora a sebességük, ha Béláé $16 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ -val nagyobb, mint Józsié?
28. Béla1 8 nap alatt ás fel egy kertet, Béla2 pedig 6 nap alatt. Egy nap múlva Béla2 elfárad, és abba hagyja a munkát. Mennyi idő alatt fejezi be Béla1 egyedül?
29. Tom Sawyer és Huckleberry Finn kerítést festenek. Tom Sawyer egyedül 6, Huckleberry Finn pedig 8 nap alatt festené le a kerítést. Együtt kezdenek festeni, Huckleberry Finn azonban 3 nap után lemegy a Mississippi partjára szivarozni. Mennyi időre van még szüksége Tom Sawyernek, hogy befejezze a munkát?
30. Egy medencébe két csapon keresztül folyhat be a víz, egy lefolyón pedig ki. Az egyik csap 5, a másik 3 óra alatt tölti meg a medencét, a lefolyón pedig 30 óra alatt ürülne ki. Mennyi idő alatt telik meg a medence, ha mindkét csap és a lefolyó is nyitva van?
31. Egy medencébe két csapon keresztül folyhat be a víz, egy lefolyón pedig ki. Az egyik csap 10, a másik 15 óra alatt tölti meg a medencét. Ha mindkét csap és a lefolyó is nyitva van, akkor 8 óra alatt telik meg a medence. Mennyi idő alatt ürülne ki a teli medence, ha csak a lefolyó lenne nyitva?
32. Három munkás dolgozik egy építkezésen. Az első 4, a második 6, a harmadik pedig 8 nap alatt végezne a munkával. Együtt kezdenek dolgozni, de a harmadik munkás 1 nap után táppénzre megy. Hány napig kell még dolgoznia a két munkásnak?
33. Béla 8 nap alatt, Józsi pedig 10 nap alatt tudja felvágni nagymamának télire a fát. Hétfő reggelre beszélnek meg a kezdés időpontját, Józsi azonban nem érkezik meg. Így Béla egyedül kezdi el a munkát, majd két nap múlva megérkezik Józsi, és együtt folytatják. Mennyi idő múlva végeznek?

Egyenlőtlenségek, törtes is

1. $\frac{3x-2}{x+4} \geq 0$

2. $\frac{2x-8}{3-x} < 0$

3. $\frac{2x-1}{x-4} \geq 1$

4. $\frac{x-2}{4-x} < 1$

5. $\frac{8x-10}{3x-6} > 2$

6. $\frac{x+12}{2-x} < -1$

7. $\frac{20-3x}{5x-3} \geq 2$

8. $\frac{8-2x}{2x+3} \leq 2$

$$9. \frac{9-4x}{5-3x} - 3 \geq -2$$

$$11. \frac{11+8x}{6-2x} - 1 < 2$$

$$10. 1 < \frac{11-8x}{5-2x}$$

Abszolútértéket tartalmazó egyenletek, egyenlőtlenségek

$$1. |5x-3| = 7$$

$$14. |x-4| - 3x = -24$$

$$2. |3x-4| = 2$$

$$15. |x-3| + 5 = 3x$$

$$3. |2x-3| = 5$$

$$16. |2-x| = 2x-1$$

$$4. |8x-5| = 11$$

$$17. |3x-6| - 5 = 2x-8$$

$$5. |7x-9| = 5$$

$$18. |x+5| + 2x = -1$$

$$6. |13-3x| = 11$$

$$19. |x-6| + 4x \leq 9$$

$$7. |6-4x| \leq 2$$

$$20. |x+2| - 3x = 4$$

$$8. |7-4x| > 5$$

$$21. |x-5| + 2x = 7$$

$$9. |4x+2| \geq 6$$

$$22. |x-2| - 2x - 8 = 0$$

$$10. (3x-9)^2 > 16$$

$$23. 2|x-4| - 4 = -\frac{2}{3}x + 4$$

$$11. (3x-12)^2 \leq 81$$

$$24. \left| \frac{1}{2}x - 2 \right| = \frac{3}{2}x - 2$$

$$12. |x-4| + 4 = 3x$$

$$13. |3x-5| - 2x = -3$$

Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszerek, új ismeretlen bevezetése

Egyenletrendszer – lineáris

<http://www.mathplayground.com/wangdoodles.html>

http://www.mathplayground.com/algebra_puzzle.html

http://www.mathplayground.com/algebraic_reasoning.html

Oldd meg a következő egyenletrendszereket a behelyettesítés vagy az egyenlő együtthatók módszerével!

$$1. (1) 7x + 3y = 11$$

$$(2) 5x - 4y = 14$$

2. (1) $\frac{3x-4}{2} + 2 = \frac{2y+7}{3}$ (2) $\frac{5x+2}{3} + \frac{3y-1}{2} = 5$

3. (1) $\frac{x+y}{2} - \frac{2y}{3} = \frac{5}{2}$ (2) $\frac{3x}{2} + 2y = 0$

4. (1) $3x + 6y = -30$ (2) $2x - 5y = 43$

5. (1) $6x - 2y = 6$ (2) $3(x+y) + 6(x-y) = 9$

6. (1) $6x - 7y = 40$ (2) $-2x + 5y + 8 = 0$

7. (1) $\frac{x+y}{3} + \frac{y}{5} = -2$ (2) $\frac{2x-y}{3} - \frac{3x}{4} = \frac{3}{2}$

8. (1) $\frac{2x-3y}{4} - \frac{x+2}{3} = -1$ (2) $\frac{x-2y}{3} + \frac{3x-1}{5} = 5$

Oldd meg grafikus módszerrel a következő egyenletrendszert!

9. (1) $6x - 2y = 0$ (2) $2x + y = 5$

10. (1) $4x - 2y = 10$ (2) $3x + y = 5$

11. Béla zsebében összesen 64 Ft van, 20 pénzérme, 2 és 5 Ft-osok alakjában. Hány darab van az egyes érmékből?

12. Egy gyárban összesen 600 dolgozó van. Elbocsátják a nők 10%-át és a férfiak 20%-át, így 505 dolgozója marad a gyárnak. Hány férfi és hány nő dolgozott a gyárban eredetileg?

13. Egy szoknya, egy nadrág együtt 6000 Ft. Béla – a bolt tulajdonosa – a szoknya árát 40 %-kal, a nadrág árát 20 %-kal emeli fel, így a szoknya és a nadrág árának összege 7700 Ft lesz. Mennyi az új áruk?

14. Béla zsebében összesen 125000 Ft van, 40 bankjegy, 2000 és 5000 Ft-osok alakjában. Hány darab van az egyes érmékből?

15. Béla vesz egy könyvet és egy nadrágot, ÁFA nélkül összesen 7200 Ft-ért. A nadrág esetén 25%, a könyv esetén 20% az ÁFA. Tudjuk, hogy a két termék ÁFÁ-ja egyenlő. Mennyibe kerül a könyv, és mennyibe a nadrág?

16. Béla butikos. Egy zakó és egy nadrág együtt 24000 Ft. Január elsején a zakó árát 40%-kal, a nadrág árát pedig 16%-kal csökkentti, hogy áruk egyenlő legyen. Mennyibe kerültek az árucikkek árleszállítás előtt és után?

17. Egy gépkocsira összesen 3840 kg téglát raknak fel. Az egyik fajta téglát tömege darabonként 4,75 kg, a másiké 1,7 kg. Hány téglát tettek fel a kocsira fajtánként, ha összesen 1046 téglát volt a kocsin?
18. Ha egy tört számlálójából 1-et kivonunk, nevezőjéhez pedig 1-et hozzáadunk, akkor értéke 0,5. Ha viszont számlálójához adunk 1-et és nevezőjéből vonunk ki 1-et, akkor értéke 1 lesz. Melyik ez a tört?
19. 10 ló és 14 tehén naponta 180 kg szénát fogyasztott. Miután a lovak adagját 25%-kal, a tehenekét pedig harmadával megemelték, a napi szükséglet 232 kg lett. Hány kg szénát adtak először egy lónak és egy tehénnek naponta?

COPY RIGHT BY PORKOLÁB TAMÁS