

TEILBARKEIT

THEORIE

- Definition der Teilbarkeit
- Teilbarkeitsregeln
- Division mit Rest
- Primzahlen
- zusammengesetzte Zahlen
- grösster gemeinsamer Teiler (Definition, Bestimmung)
- Teilenfremden, relative Primen
- Kürzen von Brüchen
- kleinstes gemeinsames Vielfaches (Definition, Bestimmung)
- Anzahl der Teiler
- Addieren von Brüchen
- Beziehung zwischen dem größten gemeinsamen Teiler und dem kleinsten gemeinsamen Vielfachen
- Zahlensystemen

a ist ein Teiler von b oder a teilt b , wenn es eine ganze Zahl k gibt, für die $ka = b$ gilt. Anders gesagt: wenn die Zahl a die Zahl b ohne Rest teilt (b durch a ohne Rest teilbar ist)

TEILBARKEITSREGELN:

Eine ganze Zahl ist durch 2 teilbar, wenn ihre letzte Ziffer dieser Zahl durch 2 teilbar ist, also 0, 2, 4, 6 oder 8 ist.

Eine ganze Zahl ist durch 3 teilbar, wenn ihre Quersumme durch 3 teilbar ist.

Eine ganze Zahl ist durch 4 teilbar, wenn aus ihren zwei letzten Ziffern gebildete Zahl durch 4 teilbar ist.

Eine ganze Zahl ist durch 5 teilbar, wenn ihre letzte Ziffer durch 5 teilbar ist, also 0 oder 5 ist.

Eine ganze Zahl ist durch 6 teilbar, wenn sie sowohl durch 2 als auch durch 3 teilbar ist.

Eine ganze Zahl ist durch 8 teilbar, wenn die aus ihren letzten drei Ziffern gebildete Zahl durch 8 teilbar ist.

Eine ganze Zahl ist durch 9 teilbar, wenn ihre Quersumme durch 9 teilbar ist.

Eine ganze Zahl ist durch 10 teilbar, wenn ihre letzte Ziffer 0 ist.

Eine ganze Zahl ist durch 11 teilbar, wenn ihre Ziffern mit wechselnden Vorzeichen addiert, die so gegebene Zahl durch 11 teilbar ist.

Eine ganze Zahl ist durch 12 teilbar, wenn sie sowohl durch 3 als auch durch 4 teilbar ist.

Division mit Rest

127 durch 15 geteilt gibt 7 als Rest

$$127 = 8 \cdot 15 + 7$$

127: Dividend

15: Divisor

8: Quotient

7: Rest

Eine positive ganze Zahl ist eine **Primzahl**, wenn sie genau zwei Teiler hat.

Eine positive ganze Zahl nennen wir **zusammengesetzte Zahl**, wenn sie mehr als zwei Teiler hat.

Anzahl aller Teiler: das kann man bestimmen, wenn erstens die Primfaktorisierung durchgeführt wird. Daraus sind die Exponenten der Primfaktoren zu ablesen. Zu jedem von diesen 1 addiert und diese so bekommenen Zahlen multipliziert, erhält man die Anzahl aller Teiler.

größter gemeinsamer Teiler (ggT), kleinstes gemeinsames Vielfaches (kgV)

ggT und kgV kann man über die Primfaktorzerlegung der beiden gegebenen Zahlen bestimmen

ggT : Man verwendet alle Primfaktoren, die in jeder der Zahlen vorkommen, mit der jeweils kleinsten vorkommenden Potenz

- Die Teiler von 48 sind: 1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 16; 24; 48
- Die Teiler von 60 sind: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 10; 12; 15; 20; 30; 60
- Die gemeinsamen Teiler von 48 und 60 sind also 1; 2; 3; 4; 6; 12
- und das größte von diesen ist 12; in Zeichen: $\text{ggT}(48; 60) = 12$.

Kürze den Bruch $\frac{48}{60}$!

Die einfachste Form dieses Bruchs erhält man, den Bruch durch die größtmögliche Zahl gekürzt. Es ist der ggT.

$$\frac{48}{60} = \frac{4}{5}$$

kgV : Man verwendet alle Primfaktoren, die in mindestens einer der Zahlen vorkommen, mit der jeweils höchsten vorkommenden Potenz

- Die Vielfachen von 12 sind: 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, ...

- Die Vielfachen von 18 sind: 18, 36, 54, 72, 90, 108, ...
- Die gemeinsamen Vielfachen von 12 und 18 sind also 36, 72, 108, ...
- und das kleinste von diesen ist 36; in Zeichen: $[12; 18] = 36$.

$$\frac{5}{12} + \frac{7}{18} = ?$$

Dazu müssen diese Brüche durch Erweitern auf einen gemeinsamen Nenner gebracht werden. Der kleinstmögliche gemeinsame Nenner (der sog. Hauptnenner) ist kgV der Nenner. Die beiden Brüche werden auf diesen Nenner erweitert.

$$\frac{15}{36} + \frac{14}{36} = \frac{29}{36}$$

Zahlensysteme:

Wir brauchen Dezimalsystem, weil wir 10 Finger haben.

Die Zahl 2715 bedeutet: $2 \cdot 1000 + 7 \cdot 100 + 1 \cdot 10 + 5 \cdot 1$.

Als sollten wir Beeren sammeln und hätten Gefäße in verschiedener Größe (1, 10, 100, 1000, ...), die wir mit Beeren füllen sollten. Wenn ein Gefäß voll mit Beeren ist, kommt das folgende. Wenn 10 gleiche Gefäße voll sind, gießt man in ein 10-mal so großen Gefäß. So am Ende des Verfahrens kann man sehen, wie viele Beeren haben wir.

Potenzen von 10 heißt man Stellenwerte.

COPY RIGHT BY POKYÓRÁB TAMÁS