

AUFGABEN ZUR TEILBERKEIT

1. Kreise den Buchstaben der wahren Aussagen ein.

- a) Die Anzahl der Teiler einer quadratischen Zahl ist gerade.
- b) Die Differenz zweier beliebiger Primzahlen ist gerade.
- c) Das Produkt von Primzahlen unter hundert ist ungerade.
- d) Wenn eine Zahl zwei Reste ergibt durch sechs geteilt, ergibt sie auch zwei Reste durch drei geteilt.
- e) Es gibt eine Zahl, daß Unterschied der größten und kleinsten Teilers der Zahl 1 beträgt.

2. Kreise den Buchstaben der wahren Aussagen ein.

- f) Bei der Primfaktorzerlegung einer quadratischen Zahl sind alle Exponenten ungerade.
- g) Der größte gemeinsame Teiler zweier Zahlen ist ein Vielfaches beider Zahlen.
- h) Die Summe der Primzahlen unter zehn ist ungerade.
- i) Jede durch sechzehn teilbare Zahl ist auch durch acht teilbar.
- j) Zwei Zahlen sind nur relative Primzahlen, wenn sie beide Primzahlen sind.

2. Warum kann 2003 nicht als Summe zweier Primzahlen geschrieben werden?

3. Beweise, wenn die Summe von sechs ganzen Zahlen ungerade ist, dann das Produkt dieser Zahlen gerade ist!

4. Stimmt es, dass das Produkt aus vier aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen immer durch 24 teilbar ist?

5. Beweise ohne Verwendung eines Taschenrechners, dass die folgenden Aussagen wahr sind!

$$\begin{array}{l} a) 5 \mid 11^{11}+4 \\ c) 6 \mid 10^{10}+14 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} b) 3 \mid 10^{20}+2 \\ d) 8 \mid (2k+1)^2-1, \text{ ha } k \text{ egész szám} \end{array}$$

6. Beweise ohne Verwendung eines Taschenrechners, dass die folgenden Aussagen richtig sind!

$$a) 9 \mid 10^{33}+8$$

$$b) 72 \mid 10^{20}+8$$

7. Ist die folgende Aussage richtig?

$$a) 9 \mid 10^{33}+731$$

8. Für welche Werte von n gelten die folgenden Aussagen?

$$\begin{array}{l} a) 2 \mid 4n+3 \\ b) 2 \mid 7n+2 \\ c) 2 \mid 13n+5 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} d) 3 \mid n+2 \\ e) 3 \mid 2n+1 \\ f) 3 \mid 3n+2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} g) 4 \mid 3n+1 \\ h) 4 \mid 2n+2 \\ i) 4 \mid 4n+2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} j) 5 \mid n+4 \\ k) 5 \mid 2n+1 \\ l) 5 \mid 3n+2 \end{array}$$

9. Beweise, daß im Fall $3 \mid 4a+3b$, gilt $3 \mid a+6b$.
10. Beweise, daß im Fall $4 \mid 3a+5b$, gilt $3 \mid a+6b$.
11. Eine ganze Zahl a ergibt 3 Rest und b ergibt 5 Rest durch 7 geteilt. Wie groß Rest haben $a + b$, $a - b$, $b - a$, ab , $2a + 3b$ durch 7 geteilt?
12. Eine ganze Zahl a ergibt 3 Rest und b ergibt 2 Rest durch 5 geteilt. Wie groß Rest haben $a + b$, $a - b$, $b - a$, ab , $4a + 5b$ durch 5 geteilt?
13. Eine ganze Zahl a ergibt 7 Rest und b ergibt 6 Rest durch 9 geteilt. Wie groß Rest haben $a + b$, $a - b$, ab , $3a + 2b$ durch 9 geteilt?
14. Eine ganze Zahl a ergibt 5 Rest und b ergibt 7 Rest durch 8 geteilt. Wie groß Rest haben $a + b$, $a - b$, ab , $5a + 3b$ durch 8 geteilt?
15. Ist es wahr, dass, wenn zwei durch 3 geteilte Zahlen 1 Rest ergeben, dann
- ihre Summe
 - ihr Produkt
- ergibt 1 Rest durch 3 geteilt?
16. Beweise, daß
- Es gibt immer zwei Zahlen unter drei ganzen Zahlen, deren Summe durch 2 teilbar ist!
 - Unter fünf ganzen Zahlen gibt es immer drei Zahlen, deren Summe durch drei teilbar ist!
17. *
- Kann 2001 als die Summe von drei benachbarten ganzen Zahlen geschrieben werden?
 - Kann 2002 als Produkt von drei benachbarten ganzen Zahlen geschrieben werden?
18. * Die letzte Ziffer einer beliebigen vierstelligen Zahl wird an den Anfang der Zahl geschrieben. Beweise, dass wir eine durch 9 teilbare Zahl erhalten, wenn die so erhaltene Zahl von der ursprünglichen Zahl abgezogen wird!
19. * Beweise, daß wir eine durch 11 teilbare Zahl erhalten, wenn die positiven ganzen Zahlen von 1 bis 1000 addiert werden!
20. Beweise die folgenden Aussagen.
- Das Produkt zweier aufeinanderfolgender gerader Zahlen ist durch acht teilbar.
 - Das Quadrat jeder ungeraden Zahl geteilt durch acht ergibt 1 Rest.
21. Stimmt es, dass die Zahlen teilbar durch
- 3 und 4 sind
 - 2 und 6 sind,
- sind sie auch durch 12 teilbar?
22. Für welche x und y Ziffern ist die sechsstellige Zahl $\overline{12x3y4}$ durch 8, 9 bzw. 12 teilbar?

23. Für welche x und y Ziffern ist die sechsstellige Zahl $\overline{12x45y}$ durch 8, 9 bzw. 15 teilbar?

24. Für welche x und y Ziffern ist die sechsstellige Zahl $\overline{98x65y}$ durch 9, 12 bzw. 15 teilbar?

25. Für welche x und y Ziffern ist die sechsstellige Zahl $\overline{1x35y}$ durch 12 teilbar?

26. Für welche x Ziffer ist die fünfstellige Zahl $\overline{123x4}$ teilbar durch

- a) 4 b) 9 c) 12?

27. Kreise die Zahlen darunter ein, durch die 123432123432 teilbar ist!

- a) 3 c) 6 e) 9
b) 4 d) 8 f) 12

28. Für welche x und y Ziffern ist die fünfstellige Zahl $\overline{35y7x}$ teilbar durch

- a) 4
b) 9
c) 15?

29. Welche positiven ganzen Zahlen sind unter den positiven ganzen Zahlen,

- a) die keinen Teiler haben;
b) die nur einen Teiler haben;
c) die genau zwei Teiler haben;
d) die keinen echten Teiler haben;
e) die nur echte Teiler haben?

30. Beweise, daß die folgenden Zahlen zusammengesetzte Zahlen sind:

$$10^{15} - 5^8; \quad 100000000047; \quad 10^{20} - 7$$

31. Gibt es eine Primzahl p , so dass $p + 7$ auch eine Primzahl ist?

32. Welche Primzahlen sind die um eins weniger als eine Quadratahl?

33. Sei p eine beliebige Primzahl! Beweise, daß dann $p^2 + 149$ eine zusammengesetzte Zahl ist!

34. Sei p eine beliebige Primzahl! Beweise, daß dann $p^3 + 61$ eine zusammengesetzte Zahl ist!

35. Kann $p^2 + 13$ eine Primzahl sein, wenn p eine Primzahl ist?

36. Kann eine Primzahl die Summe von vier Primzahlen sein?

37. Ist es möglich

- a) daß das Produkt von drei Primzahlen eine gerade Zahl ist?
- b) die Summe von drei Primzahlen ist eine gerade Zahl ist?

38. Gibt es sechs aufeinanderfolgende positive Primzahlen, deren Summe auch eine Primzahl ist? Begründe deine Antwort!

39. Entscheiden Sie, ob die Zahl $2^2 \cdot 3^4 \cdot 7^2 \cdot 11^6$ quadratische Zahl ist? Begründe deine Antwort!
Wie viele positive Teiler hat diese Zahl? Wenn die Zahl eine Quadratzahl ist, von welcher Zahl Quadrat ist?

40. Welche ist die kleinste positive ganze Zahl, deren 6 positive Teiler hat?

41. Wie viele Teiler hat 2250?

42. Sind 792 und 1925 teilerfremd?

43. Sind 26325 und 20384 teilerfremd?

44. $\frac{5}{198} + \frac{11}{168} =$

45. Kürze den folgenden Bruch: $\frac{60984}{15840}$!

46.

a) Bestimme die Anzahl der Teiler 4536 und 7350, ihren größten gemeinsamen Teiler und ihr kleinstes gemeinsames Vielfaches!

b) Kürze $\frac{4536}{7350}$!

c) Führe die folgende Operation durch!

$$\frac{13}{7350} - \frac{5}{4536} =$$

47.

a) Bestimme die Anzahl der Teiler 5292 und 3120, ihren größten gemeinsamen Teiler und ihr kleinstes gemeinsames Vielfaches!

b) Kürze $\frac{5292}{3120}$!

c) Führe die folgende Operation durch!

$$\frac{17}{5292} - \frac{23}{3120} =$$

48. Kürze den folgenden Bruch: $\frac{14112}{49392}$!

49.

- a) Bestimme die Anzahl der Teiler 5670 und 11025, ihren größten gemeinsamen Teiler und ihr kleinstes gemeinsames Vielfaches!
- b) Kürze $\frac{11025}{5670}$!
- c) Führe die folgende Operation durch!

$$\frac{17}{11025} - \frac{23}{5670} =$$

50. Führe die folgende Operation durch!

$$\frac{11}{450} - \frac{7}{840} =$$

51. Führe die folgende Operation durch!

$$\frac{11}{3960} - \frac{7}{5940} =$$

52. Ein Raum ist 120 dm breit und 252 dm lang. Was ist die maximale Größe von quadratischen Fliesen, mit den der Raum ohne Lücken abgedeckt werden können?
53. Ein Konzert wird auf einer Insel organisiert, auf der ein 150 Personen Boot die Zuschauer in mehreren Runden befördert und sie nach dem Konzert auf einem 180 Personen Boot zurückkehren können. Wie viele Zuschauer können auf diese Weise hin und her transportiert werden, wenn alle Plätze auf den Schiffen aufgebraucht werden muss? Was ist die Mindestanzahl von Zuschauern, für die eine Lieferung arrangiert werden kann?
54. Józsi hat einen Pool von 33264 und Béla 61740 Liter in der Wüste, wo es kein Wasser gibt. Als gemeinsame Investition möchten sie ein Fass kaufen, mit dem (ganzzahlige Mal geleert) beide Becken ohne Rest gefüllt werden können. Was ist die maximale Größe des Fasses?
55. Was ist die größte quadratische Fliese, mit der ein rechteckiger Raum mit einer Größe von 425 cm x 306 cm ohne Lücken verlegt werden kann?
56. Der Galer ist das Wechselgeld des Talers. Der Preis für Brot beträgt 4752 Galer und für Milch 4536 Galer. Wir zahlen für beide ganzzahligen Taler. Wie viele Galer hat ein Taler höchstens?
57. Entlang der Straße stehen rechts Tannen und links Buchen. Alle 36 Meter wurden Tannen und alle 42 Meter Buchen gepflanzt. Vor Bélas Haus stehen gegenüber eine Tanne und eine Buche. Wie weit stehen sich die Bäume rechts und links beim nächsten Mal gegenüber?

58. Bestimme den Wert von x , y und z wenn:

$$a = 2^x \cdot 3^4 \cdot 7^z \quad b = 2^3 \cdot 3^y \cdot 5^2 \quad (a;b) = 2^2 \cdot 3^4 \quad [a;b] = 2^3 \cdot 3^6 \cdot 5^2 \cdot 7^3$$

59. Bestimme den Wert von α und β , wenn

$$a = 2^\alpha \cdot 3^2 \cdot 5^4 \quad b = 2^3 \cdot 5^\beta \cdot 7^\gamma \\ (a;b) = 2^3 \cdot 5^2 \quad [a;b] = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^4 \cdot 7$$

60. Bestimme den Wert von α und β , wenn

$$a) \quad a = 3^\alpha \cdot 5^2 \cdot 11^\gamma \quad b = 2 \cdot 5^\beta \cdot 11^2 \\ (a;b) = 5 \cdot 11^2 \quad [a;b] = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 11^3 \\ b) \text{ Wie viele positive Teiler hat } a?$$

61. Wie viele positive Teiler hat 27? Begründe deine Antwort!

62. Wie viele positive Teiler hat 15120?

63. * Wenn $a = 24$, $(a ; b) = 6$ und $[a ; b] = 120$, dann wie groß ist b ?

64. Was ist die kleinste vierstellige Zahl, die durch 4 geteilt 1, durch 6 geteilt 3, durch 8 geteilt 5 und durch 15 geteilt 12 Reste ergibt?

65. Was ist die größte dreistellige Zahl, die durch 4, 5 und 6 und 8 geteilt, ergibt den Rest von 2, 3, 4, 6?

66. Was ist die kleinste vierstellige Zahl, die durch 10, 12 und 16 geteilt, ergibt den Rest von 5, 7 bzw. 11?

67. Was ist die kleinste vierstellige Zahl, die durch 6 geteilt, ergibt 4, durch 9 geteilt, ergibt 7, durch 12 geteilt ergibt 10 und durch 16 geteilt, ergibt 14 Reste?

68. Was ist die kleinste und größte dreistellige Zahl durch 2, 3, 4, 5 und 6 geteilt, ergibt 1, 2, 3, 4 und 5 als Rest?

69. Was ist der größte gemeinsame Teiler bzw. das kleinste gemeinsame Vielfache von zwei Zahlen,

- a) wenn einer ist ein Teiler des anderen ist;
- b) wenn sie teilerfremd sind?

70. Bestimme die kleinste positive ganze Zahl, die durch jede einstellige positive Zahl teilbar ist.

71. Was ist die kleinste positive ganze Zahl, die 3 positiver Teiler hat?

72. Was ist die kleinste positive ganze Zahl, die 6 positiver Teiler hat?

73. Das kleinste gemeinsame Vielfache von zwei positiver, nicht teilfremder ganzen Zahl ist 637. Welche Zahlen sind sie?

74. Konvertiere 400 ins 2-er Zahlensystem!

75. Konvertiere 500 ins 2-er Zahlensystem!

76. Konvertiere 110011_2 ins Dezimalsystem!

77. Konvertiere 1010101_2 ins Dezimalsystem!

71. Konvertiere 400 ins Zweiersystem!

72. Konvertiere 500 ins Zweiersystem!

COPY RIGHT BY PORKOLÁB TAMÁS