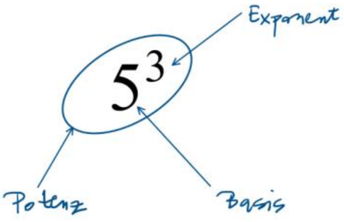
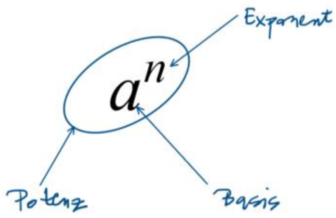
POTENZEN

POTENZEN MIT POSITIVEN GANZEN EXPONENTEN

Eine Potenz ist ursprünglich ein Produkt gleicher Faktoren. Den Faktor nennt man Basis (oder Grundzahl), die rechts hoch geschriebene Anzahl der Faktoren ist der Exponent (Hochzahl), den ganzen Ausdruck nennt man Potenz.



, im Allgemeinen:



Man spricht diese Rechenoperation als *a hoch n, a zur n-ten Potenz* oder kurz *a zur n-ten.* Im Fall a^2 ist auch *a (zum) Quadrat* üblich.

Definition:

$$a \in \Re ; n \in Z^+$$

$$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot ..... \cdot a \quad (n \text{ Glieder})$$

$$8^1 = 8$$

$$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$$

$$(-2)^6 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 64$$

$$-4^3 = -4 \cdot 4 \cdot 4 = -64$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{8}{27}$$

$$\left(-\frac{4}{5}\right)^2 = \left(-\frac{4}{5}\right) \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) = \frac{16}{25}$$

$$-\left(\frac{3}{2}\right)^4 = -\left(\frac{3}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{81}{16}$$

POTENZEN MIT BELIEBIGEN GANZEN EXPONENTEN

Definition für 0 Exponent

$a^0 = 1$, wenn $a \neq 0$

$4^0 = 1$

0^0 ist nicht definiert

$(-5)^0 = 1$

also: 0-te Potenz aller (von 0 verschiedene) reellen Zahlen ist gleich 0.

Definition für negativen ganzen Exponenten

$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a^n}$, wenn $a \neq 0$

also eine reelle Zahl hoch Exponent ist gleich dem Kehrwert der reellen Zahl hoch Gegenzahl des Exponents.

$3^{-2} \neq -9$

$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$

$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$,

$6^{-2} = \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{36}$,

$8^{-1} = \left(\frac{1}{8}\right)^1 = \frac{1}{8}$

$(-2)^{-4} = \left(-\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$,

$(-4)^{-1} = \left(-\frac{1}{4}\right)^1 = -\frac{1}{4}$

$(-6)^{-2} = \left(-\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{36}$

$-3^{-4} = -\left(\frac{1}{3}\right)^4 = -\frac{1}{81}$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-4} = 3^4 = 81$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-5} = 2^5 = 32$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{3} = \frac{8}{27}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{2}\right)^{2} = \frac{25}{4}$$

$$\left(\frac{4}{3}\right)^{-1} = \left(\frac{3}{4}\right)^{1} = \frac{3}{4}$$

$$\left(-\frac{1}{6}\right)^{-2} = (-6)^2 = 36$$

$$\left(-\frac{3}{5}\right)^{-3} = \left(-\frac{5}{3}\right)^{3} = -\frac{125}{27}$$

$$\left(-\frac{7}{8}\right)^{-1} = \left(-\frac{8}{7}\right)^{1} = -\frac{8}{7}$$

$$-\left(\frac{7}{3}\right)^{-2} = -\left(\frac{3}{7}\right)^{2} = -\frac{9}{49}$$

$$0^{-5} = \frac{1}{0^5} = \frac{1}{0} \text{ ist nicht definiert}$$

POTENZGESETZE

1.

Man multipliziert Potenzen mit gleicher Basis, indem man die Basis mit der Summe der Exponenten potenziert.

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

z.B. $3^2 \cdot 3^3 = 3^{2+3} = 3^5 = 243$

2.

Potenzen mit gleicher Basis werden dividiert, indem die Basis mit der Differenz der Exponenten von Dividend und Divisor potenziert wird.

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

z.B. $\frac{5^{12}}{5^{14}} = 5^{-2} = \frac{1}{25}$

3.

Man multipliziert Potenzen mit gleichen Exponenten, indem man das Produkt der Basen mit dem Exponenten potenziert.

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

z.B. $2^4 \cdot 3^4 = (2 \cdot 3)^4 = 6^4 = 1296$

4.

Potenzen mit gleichen Exponenten werden dividiert, indem der Quotient der Basen mit dem Exponenten potenziert.

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

z.B.: $\frac{10^{-3}}{5^{-3}} = \left(\frac{10}{5}\right)^{-3} = 2^{-3} = \frac{1}{8}$

5.

Man potenziert eine Potenz, indem man die Basis mit dem Produkt der Exponenten potenziert.

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

z.B.: $(2^3)^4 = 2^{3 \cdot 4} = 2^{12} = 4096$