MENGEN

MENGE, ELEMENT EINER MENGE

Sie sind Grundbegriffe.

Ausdrücke: „a ist Element der Menge M“ bzw. „a gehört zu M“ bzw. „a ist aus M“

MÄCHTIGKEIT EINER MENGE

Anzahl der Elemente der Menge

ENDLICHE MENGE

Wenn die Mächtigkeit der Menge kann man mit einer natürlichen Zahl angeben.

UNENDLICHE MENGE

Wenn die Mächtigkeit der Menge kann man mit einer natürlichen Zahl nicht angeben.

ANGABE EINER MENGE

Kennzeichnung einer Menge: verwendet man geschweiften Mengenklammern „ { “ und „ } “

AUFZÄHLENDE MENGENSCHREIBWEISE

Elemente der Menge werden nur einfach aufgezählt: $A = \{2; 3; 5; 7\}$

Im Falle unendlicher Mengen oder größerer endlicher Mengen verwendet man das Symbol „…“ , um Platz zu sparen (wenn für die in der Menge zusammengefaßten Objekte ein eindeutiges Bildungsgesetz erkennbar ist)

BESCHREIBENDE MENGENSCHREIBWEISE

Die Menge wird mit ihrer Eingeschaften angegeben:

$A = \{x \mid x < 5;\ x \in N\}$, also „A ist die Menge aller x, die kleiner als 5 und natürliche Zahlen sind”.

GLEICHHEIT VON MENGEN

A und B heißen gleich (in Zeichen: $A = B$), wenn aus „x ist Element von A” folgt, daß „x ist Element von B” und umgekehrt. Anders gesagt $A = B$, wenn sie die gleiche Elemente haben.

Zum Beispiel:

$A = \{a; b; c; d\}$

$B = \{a; b; c; d\}$

GRUNDMENGE

Grundmenge: in der Aufgaben ist die Grundmenge genannt. Die Elemente, welche zur betrachteten Mengen gehören

LEERE MENGE

Die Menge, die kein Element enthält.

TEILMENGE

A heißt Teilmenge (oder Untermenge) von B (in Zeichen: $A \subseteq B$), falls für alle $x \in G$ gilt: $x \in A \Rightarrow x \in B$ (d.h. wenn x in A , dann auch x in B).

z. B. $A = \{2; 3; 5\}$, $B = \{2; 3; 5; 7; 11\}$ und $C = \{2; 3; 5; 7; 11\}$, so $A \subseteq B$, $A \subseteq C$ und $B \subseteq C$.

Die Menge A heißt eine **echte Teilmenge** von B, wenn A eine Teilmenge von B ist, aber nicht gleich A und B ist. Mit Zeichen: $A \subset B$ (Die Menge A ist eine echte Teilmenge der Menge B)

z. B. $A = \{2; 3; 5\}$ und $B = \{2; 3; 5; 7; 11\}$, so $A \subset B$

ANZAHL DER TEILMENGEN EINER MENGE

Satz: Die Anzahl der Teilmengen einer Menge von *n* Elementen beträgt 2^n.

Beweis: Sei alle *n* Elemente der Menge nacheinander aufgeschrieben. Bekommt man eine Teilmenge, wenn man einige Elemente von ihnen auswählt. Unter die ausgewählten Elemente schreibt man J, unter die anderen schreibt man N. So hat man zwei Möglichkeiten für jedes Element: J oder N. Falls verschiedener Folge von J und N, bekommt man verschiedene Teilmengen. Es gibt *n* Elemente, so gibt es 2*2*2*…*2=2^*n* Teilmengen.

BEKANNTE ZAHLENMENGEN

Natürliche Zahlen

N = {0; 1; 2; 3; …}

Ganze Zahlen

N = {…; −2; −1; 0; 1; 2; 3; …}

Rationale Zahlen

$$Q = \left\{ x \middle| x = \frac{p}{q}; p \in Z; q \in Z; q \neq 0 \right\}$$

Irrattionale Zahlen

$$Q^* = \overline{Q}$$

Reelle Zahlen

$$R = Q \cup Q^*$$

INTERVALLE

Ein Intervall ist eine zusammenhängendeTeilmenge der reellen Zahlen. Ein Intervall kann offen oder geschlossen sein.

$[a ; b]$ geschlossenes Intervall: $[a ; b] = \{x \mid a \leq x \leq b ; x \in R\}$

$]a ; b[$ offenes Intervall: $]a ; b[= \{x \mid a < x < b ; x \in R\}$

$]-\infty ; b[$ offenes Intervall: $]-\infty ; b[= \{x \mid x < b ; x \in R\}$

$]a ; \infty[$ offenes Intervall: $]a ; \infty[= \{x \mid a < x ; x \in R\}$

$[a ; b[$ rechtsoffenes (halboffenes) Intervall: $[a ; b[= \{x \mid a \leq x < b ; x \in R\}$

$[a ; \infty[$ rechtsoffenes (halboffenes) Intervall: $[a ; \infty[= \{x \mid a \leq x ; x \in R\}$

$]a ; b]$ linksoffenes (halboffenes) Intervall: $]a ; b] = \{x \mid a < x \leq b ; x \in R\}$

$]-\infty ; b]$ linksoffenes (halboffenes) Intervall: $]-\infty ; b] = \{x \mid x \leq b ; x \in R\}$

RATIONALE ZAHLEN ALS DEZIMALBRÜCHE

Rationale Zahlen sind endliche Dezimalbrüche oder periodische unendliche Dezimalbrüche.

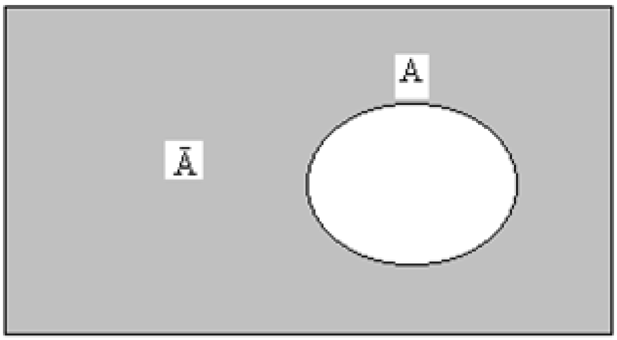
Irrationale Zahlen sind nicht-periodische unendliche Dezimalbrüche.

MENGENOPERATIONEN

KOMPLEMENT EINER MENGE

Definition: Wir nennen die Menge $\bar{A}$ **das Komplement** der Menge A, deren Elemente aus der Grundmenge sind, aber keine Elemente von A.

In Zeichen: $\bar{A}$ (A Strich)



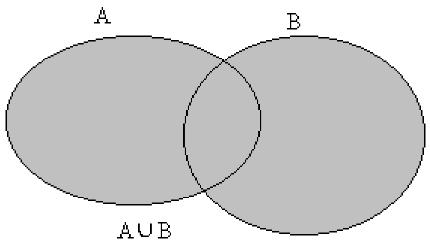
Die **Eigenschaften** der Komplementärmenge:

- $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$
- $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$
- $\overline{\overline{A}} = A$
- $\overline{H} = \emptyset$
- $\overline{\emptyset} = H$

VEREINIGUNG VON MENGEN

<u>Definition:</u> Man versteht unter der **Vereinigung zweier Mengen** die Menge, deren Elemente mindestens einer der beiden Mengen angehören.

In Zeichen: $A \cup B$ (*A* vereinigt mit *B*)



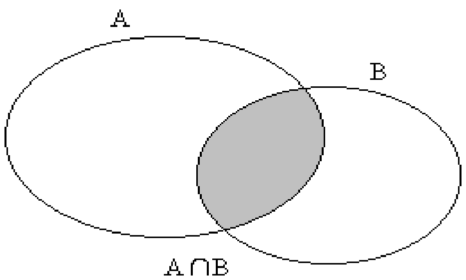
Die **Eigenschaften** der Vereinigungsmenge:

- $A \cup B = B \cup A$ (kommutative Eigenschaft)
- $A \cup B \cup C = (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ (assoziative Eigenschaft)
- $A \cup \varnothing = A$
- $A \cup A = A$

DURCHSCHNITT VON MENGEN

<u>Definition:</u> Man versteht unter der **Durchschnitt zweier Mengen** die Menge, deren Elemente beiden Mengen angehören.

In Zeichen: $A \cap B$ (*A* geschnitten mit *B*)



Die **Eigenschaften** der Schnittmenge:

- $A \cap B = B \cap A$ (kommutative Eigenschaft)
- $A \cap B \cap C = (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ (assoziative Eigenschaft)
- $A \cap \varnothing = \varnothing$

- $A \cap A = A$

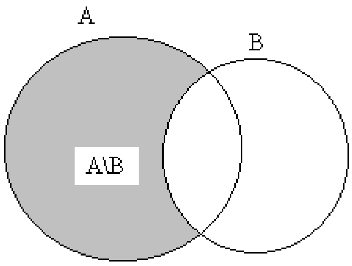
Bemerkung:

Sind A und B zwei Mengen, für welche $A \cap B = \varnothing$ besteht, sagt man, daß diese Mengen **disjunkt** sind.

DIFFERENZ ZWEIER MENGE

Definition: Man versteht unter der **Differenz der Mengen** A und B diejenige Menge, deren Elemente Elemente der Menge A und nicht Elemente der Menge B sind.

In Zeichen: $A \backslash B$ (A minus B)



Die **Eigenschaften** der Differenz:

- $A \backslash A = \varnothing$
- $A \backslash \varnothing = A$
- $\varnothing \backslash A = \varnothing$

SIEBFORMEL

Anzahl der Elemente der Vereinigungsmenge läßt sich wie folgt berechnen:

$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$

$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$