

## Valószínűségszámítás – feladatok

### A FELADATOK MEGOLDÁSAI A 21. FELADAT UTÁN TALÁLHATÓK.

1. Egyszerre dobunk fel három érmét. Mi annak a valószínűsége, hogy mindegyiknek ugyanaz az oldala kerül felülre?
2. Két teljesen egyforma, külsőre megkülönböztethetetlen kockát feldobunk, a dobott számok összegét tekintjük. Mekkora annak a valószínűsége, hogy a dobott számok összege 7?
3. Két dobókockával dobunk, a dobott számok összegét tekintjük. Melyik esemény valószínűbb?
  - a) A esemény: a dobott számok összege legalább 10;
  - b) B esemény: a dobott számok összege legfeljebb 4.
4. Három kupactársad futóversenyt rendez. Mekkora az esélye annak, hogy előre eltaláld azt, hogy milyen sorrendben érkeznek be a célba?
5. Mekkora az esélye annak, hogy helyesen töltöd ki a 13+1-es TOTÓ szelvényt?
6. Melyiket vállalnád inkább?
  - a) Kihúzok egy ászot a 32 lapos magyar kártyacsomagból
  - b) Dobok egymás után 2 hatost a dobókockával
  - c) Dobok egymás után 3 írást egy pénzérmével
7. A termtud teszt 5 kérdésből áll, mindegyik kérdésnél 4 lehetőség közül kell kiválasztani a helyes választ. Ahány helyes választ adsz, annyi lesz az osztályzatod (ha egyet sem találsz el, az is egyes). Sajnos nem készültél, csak véletlenszerűen tudsz válaszolni.
  - a) Mennyi az esélye annak, hogy mégis jelest kapsz?
  - b) Mennyi az esélye annak, hogy nem lesz a dolgozatod elégtelen?
8. Szabályos kockával kétszer dobunk.
  - a) Milyen valószínűséggel lesz 6-os a második dobás?
  - b) Milyen valószínűséggel lesz 6-os a második, ha az első dobás 2-es?
  - c) Milyen valószínűséggel lesz 6-os a második, ha az első dobás 6-os?
9. Két szabályos kockával dobunk, egyszerre; az egyik piros, a másik kék.
  - a)  $P(\text{mindkettőn } 6\text{-os}) = ?$
  - b)  $P(\text{legalább az egyik } 6\text{-os}) = ?$
  - c)  $P(\text{nem dobunk } 6\text{-ost}) = ?$
  - d)  $P(\text{a két dobott pontszám összege } \geq 10) = ?$
  - e)  $P(\text{az összeg páros}) = ?$
10. Egy dobozban 20 darab 40 wattos és 30 darab 60 wattos izzó van, sötétben találmra húzunk kettőt.
  - a)  $P(\text{lesz köztük } 60\text{-as}) = ?$

- b)  $P(\text{mindkettő } 60\text{-as}) = ?$
- c)  $P(\text{egyformák}) = ?$
- d)  $P(\text{különbözőek}) = ?$

11. Az  $x$  számot véletlenszerűen választjuk az  $\{1, 2, 3, \dots, 8\}$  halmazból. Mennyi a valószínűsége, hogy
- a)  $x$  kisebb 5-nél?
  - b) páros szám?
  - c)  $x$  kisebb 5-nél és páros szám?
  - d)  $x$  kisebb mint 5 vagy 7?
12. Egy hat piros, négy fekete és három zöld golyót tartalmazó kosárból véletlenszerűen húzunk egyet. Mennyi a valószínűsége, hogy a választott golyó
- a) piros vagy fekete?
  - b) piros vagy fekete vagy zöld?
  - c) nem fekete?
  - d) nem piros vagy nem fekete?
  - e) nem piros vagy nem fekete vagy nem zöld?
  - f) piros vagy nem zöld vagy nem fekete?
13. A háromjegyű számok közül véletlenszerűen választunk egyet. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a választott szám
- a) páros szám
  - b) csak páros számjegyekből áll
  - c) négyzetszám
  - d) csak prímszámjegyekből áll
  - e) csak összetett számjegyekből áll?
14. Egy tanulmány szerint egy régióban a megkérdezett lakosok 60%-a fogyaszt ásványvizet, 40%-a más üdítőitalt, és 15%-a mindkettőt. A lakosok hány százaléka fogyaszt ásványvizet vagy egyéb üdítőitalt?
15. Számítsa ki annak valószínűségét, hogy két kockával dobva páros számú összeg adódik, feltéve, hogy az első dobás eredménye 4?
16. Határozza meg annak valószínűségét, hogy két kockával dobva a dobott számok összege 7, feltéve, hogy legalább az egyik kockával 4-est dobtunk?
17. Egy 120 hallgatóból álló mintában 80 hallgató vette fel az angol nyelvet, 60 a matematikát és 20 hallgató mindkettőt.
- a) Mennyi a valószínűsége, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott hallgató felvette az angol nyelvet?
  - b) Mennyi a valószínűsége, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott hallgató felvette az angol nyelvet, ha tudjuk, hogy a matematikát is felvette?
18. Egy osztályban 10 fiú és 2 lánytanuló van. Ha véletlenszerűen kiválasztunk három tanulót az osztályból, akkor mennyi a valószínűsége, hogy mindegyik kiválasztott fiú lesz?

19. Egy kosárban két piros és két fehér golyó van. Kihúzzunk egy golyót, majd visszatesszük a kosárba, majd egy második golyót választunk. Mennyi a valószínűsége, hogy mindkét választott golyó piros színű?
20. Egy dobozban nyolc piros és két fehér golyó van. Ha véletlenszerűen választunk egy golyót, majd visszatesszük a következő húzás előtt, mennyi a valószínűsége, hogy négy piros golyót húzzunk?
21. Egy totószelvényen 13 mérkőzés eredményére lehet tippelni. Egy fogadó, aki tökéletesen tájékozatlan a csapatok esélyeit illetően, véletlenszerűen kitölt egy tipposzlopot.
- Mi a valószínűsége annak, hogy az első 3 meccset eltalálja, a többit viszont nem?
  - Mi a valószínűsége annak, hogy 3-as találatja lesz?
  - Mi a valószínűsége annak, hogy 7-es találatja lesz?

### MEGOLDÁSOK

1.  $k=2$                        $n=8$                        $P = \frac{k}{n} = \frac{1}{4}$
2.  $k=6$                        $n=36$                        $P = \frac{k}{n} = \frac{1}{6}$
- 3.
- $k=6$                        $n=36$                        $P = \frac{k}{n} = \frac{1}{6}$
  - $k=6$                        $n=36$                        $P = \frac{k}{n} = \frac{1}{6}$
4.  $k=1$                        $n=6$                        $P = \frac{k}{n} = \frac{1}{6}$
5.  $k=1$                        $n=3^{14}$                        $P = \frac{k}{n} = \frac{1}{3^{14}}$
- 6.
- $k=4$                        $n=32$                        $P = \frac{k}{n} = \frac{1}{8}$
  - $k=1$                        $n=36$                        $P = \frac{k}{n} = \frac{1}{36}$
  - $k=1$                        $n=8$                        $P = \frac{k}{n} = \frac{1}{8}$
- 7.

$$a) \quad k=1 \qquad n=5^4 \qquad P = \frac{k}{n} = \frac{1}{625}$$

b) ha egyet sem találunk el:

$$k=1 \qquad n=5^4$$

ha egyet sem találunk el:

$$k=4 \qquad n=5^4$$

a kettő összesen:

$$P = \frac{k}{n} = \frac{1}{625} + \frac{4}{625} = \frac{5}{625} = \frac{1}{125}$$

A keresett valószínűség a fenti esemény komplementerének valószínűsége:

$$P = 1 - \frac{1}{125} = \frac{124}{125}$$

8.

$$a) \quad k=6 \qquad n=36 \qquad P = \frac{k}{n} = \frac{1}{6}$$

$$b) \quad k=1 \qquad n=6 \qquad P = \frac{k}{n} = \frac{1}{6}$$

$$c) \quad k=1 \qquad n=6 \qquad P = \frac{k}{n} = \frac{1}{6}$$

9.

$$a) \quad k=1 \qquad n=36 \qquad P = \frac{k}{n} = \frac{1}{36}$$

b) ha egyik sem hatos, akkor

$$k=25 \qquad n=36 \qquad P = \frac{k}{n} = \frac{25}{36}$$

ennek komplementere, ha legalább az egyik hatos

$$P = 1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36}$$

$$c) \quad k=25 \qquad n=36 \qquad P = \frac{k}{n} = \frac{25}{36}$$

$$d) \quad k=6 \qquad n=36 \qquad P = \frac{k}{n} = \frac{1}{6}$$

$$e) \quad k=18 \qquad n=36 \qquad P = \frac{k}{n} = \frac{1}{2}$$

10.

a) Annak valószínűsége, hogy nem lesz köztük hatvanas:

$$k = \binom{20}{2} \quad n = \binom{50}{2} \quad P = \frac{k}{n} = \frac{190}{1225} = \frac{38}{245}$$

így annak valószínűsége, hogy lesz köztük 60-as:

$$P = 1 - \frac{38}{245} = \frac{207}{245}$$

$$b) k = \binom{30}{2} \quad n = \binom{50}{2} \quad P = \frac{k}{n} = \frac{435}{1225} = \frac{87}{245}$$

$$c) P = \frac{38}{245} + \frac{87}{245} = \frac{125}{245} = \frac{25}{49}$$

$$d) P = 1 - \frac{25}{49} = \frac{24}{49}$$

11.

$$a) k = 4 \quad n = 8 \quad P = \frac{k}{n} = 0,5$$

$$b) k = 4 \quad n = 8 \quad P = \frac{k}{n} = 0,5$$

$$c) k = 2 \quad n = 8 \quad P = \frac{k}{n} = 0,25$$

$$d) k = 6 \quad n = 8 \quad P = \frac{k}{n} = 0,75$$

12.

$$a) k = 10 \quad n = 13 \quad P = \frac{k}{n} = \frac{10}{13}$$

$$b) k = 13 \quad n = 13 \quad P = \frac{k}{n} = 1$$

$$c) k = 9 \quad n = 13 \quad P = \frac{k}{n} = \frac{9}{13}$$

d) (fekete vagy zöld) vagy (piros vagy zöld), azaz bármilyen lehet

$$k = 13 \quad n = 13 \quad P = \frac{k}{n} = 1$$

$$e) k = 13 \quad n = 13 \quad P = \frac{k}{n} = 1$$

f) piros vagy (fekete vagy piros) vagy (piros vagy zöld), azaz bármilyen lehet

$$k = 13 \quad n = 13 \quad P = \frac{k}{n} = 1$$

13.

a) $k=450$	$n=900$	$P = \frac{k}{n} = 0,5$
b) $k=4 \cdot 5^2 = 100$	$n=900$	$P = \frac{k}{n} = \frac{1}{9}$
c) $k=21$	$n=900$	$P = \frac{k}{n} = \frac{7}{300}$
d) $k=4^3 = 64$	$n=900$	$P = \frac{k}{n} = \frac{16}{225}$
e) $k=4^3 = 64$	$n=900$	$P = \frac{k}{n} = \frac{16}{225}$

14.  $P(A+M) = P(A) + P(M) - P(A \cdot M) = 0,6 + 0,4 - 0,15 = 0,85$

15.  $k=3$                        $n=6$                        $P = \frac{k}{n} = \frac{1}{2}$

16.  $k=2$                        $n=6$                        $P = \frac{k}{n} = \frac{1}{3}$

17.

a)  $k=80$                        $n=120$                        $P = \frac{k}{n} = \frac{2}{3}$

b)  $k=20$                        $n=60$                        $P = \frac{k}{n} = \frac{1}{3}$

18.  $k = \binom{10}{3}$                        $n = \binom{12}{3}$                        $P = \frac{k}{n} = \frac{120}{220} = \frac{6}{11}$

19.  $k=4$                        $n=16$                        $P = \frac{k}{n} = 0,25$

20.  $k=8^4$                        $n=10^4$                        $P = \frac{k}{n} = 0,4096$

21.

a)  $k=2^{10}$                        $n=3^{13}$                        $P = \frac{k}{n} = 0,00064$

b)  $P = \binom{13}{3} \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right)^{10} = 0,183$

c)  $\binom{13}{7} \left(\frac{1}{3}\right)^7 \left(\frac{2}{3}\right)^6 = 0,069$