

## Koordináta-geometria feladatgyűjtemény

### Vektorok

1. Egy négyzet két szemközti csúcsának koordinátái:  $A(-2 ; 7)$  és  $C(4 ; 1)$ . Határozd meg a másik két csúcs koordinátáit!
2. Egy paralelogramma középpontjának koordinátája  $K(2 ; 1)$ , az  $AB$  oldal felezőpontja  $F_{AB}(5 ; 2)$  és egyik csúcsa  $B(6 ; 4)$ . Határozd meg a többi csúcs koordinátáit!
3. Egy háromszög csúcsai:  $A(1 ; -4)$  ;  $B(5 ; -1)$  ;  $B(-1 ; 7)$ . Mekkora a  $\beta$  szöge és a területe?
4. Egy háromszög súlypontja  $S(1 ; 3)$ , az  $AB$  oldal felezőpontja  $F\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$  és egyik csúcsa  $B(4 ; 2)$ . Határozd meg a hiányzó csúcsokat és az  $AC$  oldal felezőpontjának koordinátáit!
5. Egy egyenlő szárú háromszög csúcsai:  $A(-1 ; 4)$  ;  $B(5 ; -2)$  ;  $C(7 ; 6)$ . Határozd meg szárszögének nagyságát és a területét!
6. Egy paralelogramma csúcsai:  $A(1 ; -4)$  ;  $B(5 ; -1)$  ;  $B(-1 ; 7)$ . Határozd meg a  $D$  csúcs koordinátáit és a paralelogramma szögeit!

### Teszt

- a) Ha két egyenes párhuzamos, akkor normálvektoraik azonosak
- b) Ha két egyenes párhuzamos, akkor normálvektoraik merőlegesek egymásra
- c) Ha két egyenes párhuzamos, akkor irányvektoraik azonosak
- d) Ha két egyenes párhuzamos, akkor irányvektoraik merőlegesek egymásra
- e) Ha két egyenes párhuzamos, akkor meredekségeik azonosak
- f) Ha két egyenes merőleges, akkor normálvektoraik azonosak
- g) Ha két egyenes merőleges, akkor normálvektoraik merőlegesek egymásra
- h) Ha két egyenes merőleges, akkor az egyik normálvektora a másik egyenes normálvektora reciprokának ellentettje
- i) Ha két egyenes merőleges, akkor irányvektoraik azonosak
- j) Ha két egyenes merőleges, akkor irányvektoraik merőlegesek egymásra
- k) Ha két egyenes merőleges, akkor meredekségeik azonosak
- l) Az  $5x - 2y = 10$  egyenessel párhuzamos az  $5x - 2y = 2$  egyenes
- m) Az  $5x - 2y = 10$  egyenesre merőleges az  $5x - 2y = -10$  egyenes
- n) Az  $5x - 2y = 10$  egyenes normálvektora  $(5 ; -2)$
- o) Az  $5x - 2y = 10$  egyenes normálvektora  $(2 ; 5)$
- p) Az  $5x - 2y = 10$  egyenes irányvektora  $(2 ; 5)$
- q) Az  $5x - 2y = 10$  egyenes irányvektora  $(5 ; -2)$
- r) Az  $5x - 2y = 10$  egyenes az  $-5$ -nél metszi az  $y$  tengelyt
- s) Az  $5x - 2y = 10$  egyenes a  $10$ -nél metszi az  $y$  tengelyt

## Két adott ponton átmenő egyenes egyenlete

7. Írd fel az  $A(3 ; -2)$  és  $B(7 ; 4)$  pontokra illeszkedő egyenes egyenletét!

## Adott ponton átmenő, adott egyenesre merőleges, vagy azzal párhuzamos egyenes egyenlete

8. Írd fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely illeszkedik a  $P(-4 ; 2)$  pontra és merőleges a  $2x - 5y = 10$  egyenesre.

9. Írd fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely párhuzamos a  $2x - 3y = 6$  egyenessel, és illeszkedik a  $P(-3;4)$  pontra!

10. Írd fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely merőleges az  $x - 4y = 10$  egyenessel, és illeszkedik a  $P(5;-1)$  pontra!

11. Egy  $e$  egyenes átmege a  $P(2 ; 5)$  és a  $Q(-1 ; 4)$  pontokon. A vele párhuzamos  $f$  egyenes pedig illeszkedik az  $R(6 ; -3)$  pontra. Írd fel az  $f$  egyenes egyenletét!

12. Az  $e$  egyenes illeszkedik a  $(6 ; -3)$  pontra és merőleges a  $P(-1 ; 4)$  ill.  $Q(2 ; 5)$  pontokra illeszkedő egyenesre! Írd fel az  $e$  egyenes egyenletét!

## A háromszög nevezetes vonalai

13. Adott egy háromszög három csúcsa:  $A(7;1)$ ,  $B(-3;5)$  és  $C(1;-3)$ . Határozd meg a következőket:

- a) a  $c$  oldalhoz tartozó oldalfelező merőleges egyenletét
- b) az  $a$  oldalhoz tartozó súlyvonal egyenletét

14. Adott egy háromszög három csúcsa:  $A(-6;4)$ ,  $B(6;2)$  és  $C(0;6)$ . Határozd meg a következőket:

- a) a  $b$  oldalhoz tartozó magasságvonal egyenletét
- b) a  $c$  oldallal párhuzamos középvonal egyenletét

15. Egy háromszög csúcsai:  $A(5 ; -1)$ ,  $B(-3 ; 7)$ ,  $C(9 ; 5)$ . Határozd meg az  $s_a$  súlyvonal egyenletét! Írd fel a  $b$  oldallal párhuzamos középvonal egyenletét!

16. Egy háromszög csúcsainak koordinátái:  $A(4 ; -5)$ ;  $B(-2 ; 3)$ ;  $C(7 ; -1)$ . Írd fel a  $C$  csúcson átmenő súlyvonal egyenletét! Határozd meg a súlypont koordinátáit! Milyen távol van a súlypont a  $B$  csúcstól?

17. Egy háromszög csúcspontjának koordinátái:  $A(-4 ; 1)$ ,  $B(2 ; 3)$ ,  $C(0 ; 5)$ . Írd fel az  $A$  csúcsból kiinduló súlyvonal egyenletét!

18. Írd fel az  $A(-8 ; -2)$ ,  $B(6 ; 4)$  és  $C(0 ; 10)$  csúcsok alkotta háromszög  $BC$  oldalával párhuzamos középvonal egyenletét!

## Egyenesek metszéspontja

19. A  $4x - 3y = 6$  egyenes mely pontja van egyenlő távol a  $P(-2 ; 5)$  és  $Q(1 ; 2)$  pontoktól?
20. A  $3x + 4y = 22$  egyenes mely pontja van egyenlő távol az  $A(-3 ; 2)$  és a  $B(-1 ; 6)$  pontoktól?
21. Egy háromszög csúcspontjainak koordinátái:  $A(-3 ; 2)$ ,  $B(6 ; 0)$  és  $C(0 ; 8)$ . Számítsd ki a háromszög magasságpontjának koordinátáit!
22. Határozd meg annak a háromszögnek a magasságpontját, amelynek csúcsai:  $A(-1 ; 3)$ ,  $B(8 ; 1)$  és  $C(2 ; 9)$ !
23. Egy háromszög csúcsainak koordinátái:  $A(-3 ; -3)$ ;  $B(15 ; 3)$ ;  $C(3 ; 15)$ . Határozd meg a köré írható körének középpontját! Mekkora a köré írható körének sugara?
24. Egy háromszög csúcspontjai:  $A(-2 ; -1)$ ,  $B(4 ; -3)$  és  $C(4 ; 5)$ . Számítsd ki a  $b$  oldal és az  $m_b$  magasságvonal metszéspontját! Milyen távol van ez a pont a  $B$  csúcstól?
25. Milyen hosszú az  $e : 8x - 3y = 48$  egyenesnek az  $f : 2x - 3y = -6$  és a  $g : 2x - 3y = 12$  egyenesek közé eső darabja?
26. Egy egyenlő szárú háromszög alapjának végpontjai  $A(5 ; 2)$  és  $B(7 ; 6)$ . Harmadik csúcsa az  $3x - 4y = 14$  egyenesen van. Mekkora a háromszög kerülete?
27. Egy háromszög csúcsai  $A(-5 ; -6)$ ,  $B(7 ; 3)$  és  $C(-3 ; 8)$ . Hol metszi a  $c$  oldalhoz tartozó magasság a  $c$  oldalt?

## Pont és egyenes, két egyenes távolsága

28. Mekkora távolságra van a  $P(-7 ; 15)$  pont a  $2x - 3y = 6$  egyenestől?
29. Milyen távol van a  $P(-3 ; 7)$  pont az  $x - 3y = 6$  egyenestől?
30. Mekkora távolságra van egymástól az  $e : 3x - 4y = -16$  és az  $f : 3x - 4y = 9$  egyenes?
31. Mekkora távolságra van egymástól az  $e : 3x - 4y = 10$  és az  $f : 3x - 4y = -40$  egyenes?
32. Mekkora távolságra van a  $P(-3 ; 19)$  pont a  $2x - 3y = 2$  egyenestől?

## Kör egyenlete

33. Egy kör átmérőjének végpontjai  $A(-5 ; -1)$  és  $B(1 ; 7)$ . Írd fel a kör egyenletét. Határozd meg az előző átmérőre merőleges átmérő és a kör metszéspontját!
34. Egy kör egyik átmérőjének végpontjai :  $A(-4 ; 2)$  és  $B(8 ; 18)$ . Írd fel az egyenletét!
35. Egy kör középpontja az  $e: 5x - 3y = 15$  és az  $f: 4x + 6y = 54$  egyenesek metszéspontja. A  $P(3 ; 1)$  pont illeszkedik a körvonalra. Írd fel a kör egyenletét!
36. Határozd meg az  $A(10 ; 6)$ ,  $B(12 ; -8)$  és  $C(-6 ; -2)$  pontok által meghatározott háromszög köré írható kör egyenletét!
37. Határozd meg az  $A(6 ; 2)$ ,  $B(8 ; -12)$  és  $C(-10 ; -6)$  pontok által meghatározott háromszög köré írható kör egyenletét!
38. Határozd meg az  $A(9 ; 5)$ ,  $B(11 ; -9)$  és  $C(-7 ; -3)$  pontok által meghatározott háromszög köré írható kör egyenletét!
39. Egy kör egyenlete  $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 70 = 0$ .
- Határozd meg a középpontját és a sugarát!
  - Hol metszi a kört a  $2x + y = 5$  egyenletű egyenes?
40. Határozd meg az alábbi kör középpontját és sugarát!
- $$x^2 + y^2 - 2x + 8y + 1 = 0$$
41. Határozd meg az alábbi kör középpontját és sugarát!
- $$x^2 + y^2 - 8x + 10y + 5 = 0$$
42. Határozd meg az alábbi kör középpontját és sugarát!
- $$x^2 + y^2 - 6x + 4y - 68 = 0$$
43. Határozd meg az alábbi kör középpontját és sugarát!
- $$x^2 + y^2 + 6x - 12y + 20 = 0$$
44. Írd fel annak a körnek az egyenletét, amelynek középpontja  $K(-3 ; -2)$  pont és érinti a  $2x + y = 3$  egyenletű egyenest!
45. Egy kör középpontja az  $e: 2x + 3y = 23$  és az  $f: 5x - 6y = 17$  egyenesek metszéspontja. A  $P(1 ; -5)$  pont illeszkedik a körvonalra. Írd fel a kör egyenletét!
46. Egy kör középpontja az  $e: 5x - 3y = 15$  és az  $f: 4x + 6y = 54$  egyenesek metszéspontja. A  $P(3 ; 1)$  pont illeszkedik a körvonalra. Írd fel a kör egyenletét!

## Kör és egyenes metszéspontja

47. Írd fel az  $(x-4)^2 + (y+5)^2 = 10$  egyenletű kör  $(7; -6)$  pontján átmenő átmérőjére merőleges érintőinek egyenletét!
48. Az  $(x-4)^2 + y^2 = 25$  egyenletű kör mely pontja van egyenlő távol az  $A(-6; -4)$  és a  $B(1; -11)$  pontoktól?
49. Milyen hosszúságú húrt metsz ki az  $(x-4)^2 + (y+5)^2 = 25$  egyenletű körből az  $y = 2x - 8$  egyenletű egyenes?
50. Egy kör átmérőjének végpontjai :  $A(-2; -5)$  és  $B(10; 11)$  .
- Írd fel az egyenletét!
  - Hol metszi a kör a  $4x + 3y = 25$  egyenletű egyenest?
51. Egy egyenlő szárú háromszög alapjának koordinátái  $A(-3; 5)$  és  $B(3; -1)$ . A háromszög köré írt kör egyenlete  $x^2 + y^2 - 4,5x - 8,5y - 5 = 0$ . Számítsd ki a hiányzó csúcs koordinátáit!
52. Egy kör egyenlete:  $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 20$  .
- Írd fel a  $P(0; 2)$  ponton átmenő átmérő egyenletét!
  - Hol metszi ez az átmérő a kört?
53. Egy kör egyenlete:  $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 20$  .
- Írd fel a  $P(5; -3)$  ponton átmenő átmérő egyenletét!
  - Hol metszi ez az átmérő a kört?
54. Egy kör egyenlete  $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 70 = 0$  .
- Határozd meg a középpontját és a sugarát!
  - Hol metszi a kört a  $2x + y = 5$  egyenletű egyenes?
55. Egy kör középpontja  $O(-2; 4)$  , a körvonal egy pontja  $P(10; 9)$ . Írd fel a kör egyenletét! Hol metszi a kört az  $x - y = -13$  egyenletű egyenes?
56. Adott az  $A(-4; 4)$  és a  $B(2; -4)$  pont. Határozd meg az  $x$  tengelyen az  $M$  pontot úgy, hogy az  $AM$  és  $BM$  szakaszok merőlegesek legyenek egymásra!