

Koordináta-geometria feladatgyűjtemény

A feladatok megoldásai a dokumentum végén található

Vektorok

1. Egy négyzet két szemközti csúcsának koordinátái: $A(-2 ; 7)$ és $C(4 ; 1)$. Határozd meg a másik két csúcs koordinátáit!
2. Egy paralelogramma középpontjának koordinátája $K(2 ; 1)$, az AB oldal felezőpontja $F_{AB}(5 ; 2)$ és egyik csúcsa $B(6 ; 4)$. Határozd meg a többi csúcs koordinátáit!
3. Egy háromszög csúcsai: $A(1 ; -4)$; $B(5 ; -1)$; $C(-1 ; 7)$. Mekkora a β szöge és a területe?
4. Egy téglalap két szomszédos csúcsának koordinátái: $A(-2 ; -7)$ és $B(4 ; 1)$. Határozd meg a másik két csúcs koordinátáit, ha a BC oldal feleakkora, mint az AB !
5. Egy egyenlő szárú háromszög csúcsai: $A(-1 ; 4)$; $B(5 ; -2)$; $C(7 ; 6)$. Határozd meg szárszögének nagyságát és a területét!
6. Egy paralelogramma csúcsai: $A(1 ; -4)$; $B(5 ; -1)$; $B(-1 ; 7)$. Határozd meg a D csúcs koordinátáit és a paralelogramma szögeit!

Teszt

- a) Ha két egyenes párhuzamos, akkor normálvektoraik azonosak
- b) Ha két egyenes párhuzamos, akkor normálvektoraik merőlegesek egymásra
- c) Ha két egyenes párhuzamos, akkor irányvektoraik azonosak
- d) Ha két egyenes párhuzamos, akkor irányvektoraik merőlegesek egymásra
- e) Ha két egyenes párhuzamos, akkor meredekségeik azonosak
- f) Ha két egyenes merőleges, akkor normálvektoraik azonosak
- g) Ha két egyenes merőleges, akkor normálvektoraik merőlegesek egymásra
- h) Ha két egyenes merőleges, akkor az egyik normálvektora a másik egyenes normálvektora reciprokának ellentettje
- i) Ha két egyenes merőleges, akkor irányvektoraik azonosak
- j) Ha két egyenes merőleges, akkor irányvektoraik merőlegesek egymásra
- k) Ha két egyenes merőleges, akkor meredekségeik azonosak
- l) Az $5x - 2y = 10$ egyenessel párhuzamos az $5x - 2y = 2$ egyenes
- m) Az $5x - 2y = 10$ egyenesre merőleges az $5x - 2y = -10$ egyenes
- n) Az $5x - 2y = 10$ egyenes normálvektora $(5 ; -2)$
- o) Az $5x - 2y = 10$ egyenes normálvektora $(2 ; 5)$
- p) Az $5x - 2y = 10$ egyenes irányvektora $(2 ; 5)$
- q) Az $5x - 2y = 10$ egyenes irányvektora $(5 ; -2)$
- r) Az $5x - 2y = 10$ egyenes az -5 -nél metszi az y tengelyt
- s) Az $5x - 2y = 10$ egyenes a 10 -nél metszi az y tengelyt

Két adott ponton átmenő egyenes egyenlete

7. Írd fel az $A(3; -2)$ és $B(7; 4)$ pontokra illeszkedő egyenes egyenletét!

Adott ponton átmenő, adott egyenesre merőleges, vagy azzal párhuzamos egyenes egyenlete

8. Írd fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely illeszkedik a $P(-4; 2)$ pontra és merőleges a $2x - 5y = 10$ egyenesre.

9. Írd fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely párhuzamos a $2x - 3y = 6$ egyenessel, és illeszkedik a $P(-3; 4)$ pontra!

10. Írd fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely merőleges az $x - 4y = 10$ egyenessel, és illeszkedik a $P(5; -1)$ pontra!

11. Egy e egyenes átmege a $P(2; 5)$ és a $Q(-1; 4)$ pontokon. A vele párhuzamos f egyenes pedig illeszkedik az $R(6; -3)$ pontra. Írd fel az f egyenes egyenletét!

12. Az e egyenes illeszkedik a $(6; -3)$ pontra és merőleges a $P(-1; 4)$ ill. $Q(2; 5)$ pontokra illeszkedő egyenesre! Írd fel az e egyenes egyenletét!

A háromszög nevezetes vonalai

13. Adott egy háromszög három csúcsa: $A(7; 1)$, $B(-3; 5)$ és $C(1; -3)$. Határozd meg a következőket:

- a) a c oldalhoz tartozó oldalfelező merőleges egyenletét
- b) az a oldalhoz tartozó súlyvonal egyenletét

14. Adott egy háromszög három csúcsa: $A(-6; 4)$, $B(6; 2)$ és $C(0; 6)$. Határozd meg a következőket:

- a) a b oldalhoz tartozó magasságvonal egyenletét
- b) a c oldallal párhuzamos középvonal egyenletét

15. Egy háromszög csúcsai: $A(5; -1)$, $B(-3; 7)$, $C(9; 5)$. Határozd meg az s_a súlyvonal egyenletét! Írd fel a b oldallal párhuzamos középvonal egyenletét!

16. Egy háromszög csúcsainak koordinátái: $A(4; -5)$; $B(-2; 3)$; $C(7; -1)$. Írd fel a C csúcson átmenő súlyvonal egyenletét! Határozd meg a súlypont koordinátáit! Milyen távol van a súlypont a B csúcstól?

17. Egy háromszög csúcspontjának koordinátái: $A(-4; 1)$, $B(2; 3)$, $C(0; 5)$. Írd fel az A csúcsból kiinduló súlyvonal egyenletét!

18. Írd fel az $A(-8; -2)$, $B(6; 4)$ és $C(0; 10)$ csúcsok alkotta háromszög BC oldalával párhuzamos középvonal egyenletét!

Egyenesek metszéspontja

19. A $4x-3y = 6$ egyenes mely pontja van egyenlő távol a $P(-2 ; 5)$ és $Q(1 ; 2)$ pontoktól?
20. A $3x + 4y = 22$ egyenes mely pontja van egyenlő távol az $A(-3 ; 2)$ és a $B(-1 ; 6)$ pontoktól?
21. Egy háromszög csúcspontjainak koordinátái: $A(-3 ; 2)$, $B(6 ; 0)$ és $C(0 ; 8)$. Számítsd ki a háromszög magasságpontjának koordinátáit!
22. Határozd meg annak a háromszögnek a magasságpontját, amelynek csúcsai: $A(-1 ; 3)$, $B(8 ; 1)$ és $C(2 ; 9)$!
23. Egy háromszög csúcsainak koordinátái: $A(-3;-3)$; $B(15;3)$; $C(3;15)$. Határozd meg a köré írható körének középpontját! Mekkora a köré írható körének sugara?
24. Egy háromszög csúcspontjai: $A(-2 ; -1)$, $B(4 ; -3)$ és $C(4 ; 5)$. Számítsd ki a b oldal és az m_b magasságvonal metszéspontját! Milyen távol van ez a pont a B csúctól?
25. Milyen hosszú az $e : 8x - 3y = 48$ egyenesnek az $f : 2x - 3y = -6$ és a $g : 2x - 3y = 12$ egyenesek közé eső darabja?
26. Egy egyenlő szárú háromszög alapjának végpontjai $A(5 ; 2)$ és $B(7 ; 6)$. Harmadik csúcsa az $3x - 4y = 14$ egyenesen van. Mekkora a háromszög kerülete?
27. Egy háromszög csúcsai $A(-5 ; -6)$, $B(7 ; 3)$ és $C(-3 ; 8)$. Hol metszi a c oldalhoz tartozó magasság a c oldalt?

Pont és egyenes, két egyenes távolsága

28. Mekkora távolságra van a $P(-7;15)$ pont a $2x - 3y = 6$ egyenestől?
29. Milyen távol van a $P(-3 ; 7)$ pont az $x - 3y = 6$ egyenestől?
30. Mekkora távolságra van egymástól az $e: 3x - 4y = -16$ és az $f: 3x - 4y = 9$ egyenes?
31. Mekkora távolságra van egymástól az $e: 3x - 4y = 10$ és az $f: 3x - 4y = -40$ egyenes?
32. Mekkora távolságra van a $P(-3 ; 19)$ pont a $2x - 3y = 2$ egyenestől?

Kör egyenlete

33. Egy kör átmérőjének végpontjai $A(-5 ; -1)$ és $B(1 ; 7)$. Írd fel a kör egyenletét. Határozd meg az előző átmérőre merőleges átmérő és a kör metszéspontját!
34. Egy kör egyik átmérőjének végpontjai : $A(-4 ; 2)$ és $B(8 ; 18)$. Írd fel az egyenletét!
35. Egy kör középpontja az $e: 5x - 3y = 15$ és az $f: 4x + 6y = 54$ egyenesek metszéspontja. A $P(3 ; 1)$ pont illeszkedik a körvonalra. Írd fel a kör egyenletét!
36. Határozd meg az $A(10 ; 6)$, $B(12 ; -8)$ és $C(-6 ; -2)$ pontok által meghatározott háromszög köré írható kör egyenletét!
37. Határozd meg az $A(6 ; 2)$, $B(8 ; -12)$ és $C(-10 ; -6)$ pontok által meghatározott háromszög köré írható kör egyenletét!
38. Határozd meg az $A(9 ; 5)$, $B(11 ; -9)$ és $C(-7 ; -3)$ pontok által meghatározott háromszög köré írható kör egyenletét!
39. Egy kör egyenlete $x^2 + y^2 - 10x + 16y - 11 = 0$. Határozd meg a középpontját és a sugarát!
40. Határozd meg az alábbi kör középpontját és sugarát!
- $$x^2 + y^2 - 2x + 8y + 1 = 0$$
41. Határozd meg az alábbi kör középpontját és sugarát!
- $$x^2 + y^2 - 8x + 10y + 5 = 0$$
42. Határozd meg az alábbi kör középpontját és sugarát!
- $$x^2 + y^2 - 6x + 4y - 68 = 0$$
43. Határozd meg az alábbi kör középpontját és sugarát!
- $$x^2 + y^2 + 6x - 12y + 20 = 0$$
44. Írd fel annak a körnek az egyenletét, amelynek középpontja $K(-6 ; -5)$ pont és érinti a $2x + y = 3$ egyenletű egyenest!
45. Egy kör középpontja az $e: 2x + 3y = 23$ és az $f: 5x - 6y = 17$ egyenesek metszéspontja. A $P(1 ; -5)$ pont illeszkedik a körvonalra. Írd fel a kör egyenletét!
46. Egy kör középpontja az $e: 5x - 3y = 15$ és az $f: 4x + 6y = 54$ egyenesek metszéspontja. A $P(3 ; 1)$ pont illeszkedik a körvonalra. Írd fel a kör egyenletét!

Kör és egyenes metszéspontja

47. Írd fel az $(x-4)^2 + (y+5)^2 = 10$ egyenletű kör $(7 ; -6)$ pontján átmenő átmérőjére merőleges érintőinek egyenletét!
48. Az $(x-4)^2 + y^2 = 25$ egyenletű kör mely pontja van egyenlő távol az $A(-6 ; -4)$ és a $B(1 ; -11)$ pontoktól?
49. Milyen hosszúságú húrt metsz ki az $(x-4)^2 + (y+5)^2 = 25$ egyenletű körből az $y = 2x - 8$ egyenletű egyenes?
50. Egy kör átmérőjének végpontjai : $A(-2 ; -5)$ és $B(10 ; 11)$.
- Írd fel az egyenletét!
 - Hol metszi a kör a $4x + 3y = 25$ egyenletű egyenest?
51. Egy egyenlő szárú háromszög alapjának koordinátái $A(-3 ; 5)$ és $B(3 ; -1)$. A háromszög köré írt kör egyenlete $x^2 + y^2 - 4,5x - 8,5y - 5 = 0$. Számítsd ki a hiányzó csúcs koordinátáit!
52. Egy kör egyenlete: $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 20$.
- Írd fel a $P(0 ; 2)$ ponton átmenő átmérő egyenletét!
 - Hol metszi ez az átmérő a kört?
53. Egy kör egyenlete: $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 20$.
- Írd fel a $P(5 ; -3)$ ponton átmenő átmérő egyenletét!
 - Hol metszi ez az átmérő a kört?
54. Egy kör egyenlete $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 70 = 0$.
- Határozd meg a középpontját és a sugarát!
 - Hol metszi a kört a $2x + y = 5$ egyenletű egyenes?
55. Egy kör középpontja $O(-2 ; 4)$, a körvonal egy pontja $P(10 ; 9)$. Írd fel a kör egyenletét! Hol metszi a kört az $x - y = -13$ egyenletű egyenes?
56. Adott az $A(-4; 4)$ és a $B(2; -4)$ pont. Határozd meg az x tengelyen az M pontot úgy, hogy az AM és BM szakaszok merőlegesek legyenek egymásra!

Megoldások

1. $(-2; 1)$ és $(4; 7)$
2. $A(4; 0)$; $C(0; 2)$ és $D(-2; -2)$
3. 90° és 25
4. $C(0; 4)$ és $D(-6; -4)$
5. $61,93^\circ$ és 30
6. $(-5; 4)$ és 90°

Teszt

- a) Igaz
- b) Hamis
- c) Igaz
- d) Hamis
- e) Igaz
- f) Hamis
- g) Igaz
- h) Hamis
- i) Hamis
- j) Igaz
- k) Hamis
- l) Igaz
- m) Hamis
- n) Igaz
- o) Hamis
- p) Igaz
- q) Hamis
- r) Igaz
- s) Hamis

7. $3x - 2y = 13$
8. $5x + 2y = -16$
9. $2x - 3y = -18$

10. $4x + y = 19$

11. $x - 3y = 15$

12. $3x + y = 15$

13.

a) $5x - 2y = 4$

b) $y = 1$

14.

a) $3x + y = 20$

b) $x + 6y = -2$

15.

a) $s_a : 7x + 2y = 33$

b) $k_b : 3x - 2y = -3$

16.

a) $s_c : y = -1$

b) $S(3; -1)$

c) $SB = 6,4$

17. $3x - 5y = -17$

18. $x + y = 0$

19. $M(18; 22)$

20. $M(10; -2)$

21. $M(-1; 3,5)$

22. $M(1; 4,5)$

23. $K(9; 9) ; r = \sqrt{72}$

24. $M(-1; 0) ; 5,83$

25. 8,66

26. 11,45

27. $M(-3; 0)$

28. $\sqrt{325}$

29. 9,49

30. 5

31. 10

32. $\sqrt{325}$

33. $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 25$ $M_1(2; 0)$ és $M_2(-6; 6)$

34. $(x-2)^2 + (y-10)^2 = 100$

$$35. (x-6)^2 + (y-5)^2 = 25$$

$$36. (x-4)^2 + (y+2)^2 = 100$$

$$37. x^2 + (y+6)^2 = 100$$

$$38. (x-3)^2 + (y+3)^2 = 100$$

$$39. K(5; -8) \quad r = 10$$

$$40. K(1; -4) \quad r = 4$$

$$41. K(4; -5) \quad r = 6$$

$$42. K(3; -2) \quad r = 9$$

$$43. K(-3; 6) \quad r = 5$$

$$44. (x+6)^2 + (y+5)^2 = 80$$

$$45. (x-7)^2 + (y-3)^2 = 100$$

$$46. (x-6)^2 + (y-5)^2 = 25$$

$$47. 3x - y = 27 \text{ és } 3x - y = 7$$

$$48. (1; -4) \text{ és } (8; 3)$$

$$49. \sqrt{80}$$

$$50. a) (x-4)^2 + (y-3)^2 = 100 \quad b) (-2; 11) \text{ és } (10; -5)$$

$$51. (-1,5; 0,5) \text{ és } (6; 8)$$

$$52. a) x - 2y = -4 \quad b) (-6; -1) \text{ és } (2; 3)$$

$$53. a) x - 2y = 11 \quad b) (-1; -6) \text{ és } (7; -2)$$

$$54. K(3; -1) \quad r = \sqrt{80} \text{ illetve } M_1(7; -9) \text{ és } M_2(-1; 7)$$

$$55. (x+2)^2 + (y-4)^2 = 169 \text{ illetve } (-14; -1) \text{ és } (3; 16)$$

$$56. (-6; 0) \text{ és } (4; 0)$$