SZÁMSOROZATOK

1. Döntsd el az alábbi állításokról, hogy igazak vagy hamisak! Válaszodat indokold példákkal!

   a) Minden monoton sorozat korlátos.
   b) Minden korlátos sorozat monoton.
   c) Minden monoton sorozat konvergens.
   d) Minden konvergens sorozat monoton.
   e) Minden korlátos sorozat konvergens.
   f) Minden konvergens sorozat korlátos.
   g) Minden monoton és korlátos sorozat konvergens.
   h) Minden monoton és konvergens sorozat korlátos.
   i) Minden korlátos és konvergens sorozat monoton.

2. Vizsgáld meg az alábbi sorozatokat monotonitás, korlátosság és határérték szempontjából!

$$a_n = \frac{2n-5}{n+1}$$

$$b_n = \frac{3n+4}{2n-3}$$

$$c_n = \frac{n-2}{4n+1}$$

$$d_n = \frac{6n-1}{3n+5}$$

$$e_n = \frac{4n+6}{2n-9}$$

$$f_n = \frac{5n-3}{n+4}$$

$$b_n = \frac{2n-4}{3n+3}$$

$$c_n = \frac{n-3}{4n+6}$$

$$d_n = \frac{4n+2}{2n-4}$$

$$e_n = \frac{3n-9}{6n+3}$$

$$f_n = \frac{n+3}{n-1}$$

$$g_n = \frac{5n}{2n+1}$$

$$h_n = \frac{6n-4}{n}$$

3. Határozd meg az alábbi sorozatok határértékét!

$$a_n = \frac{3n^3-n+1}{2n^2+n}$$

$$b_n = \frac{2n^4-5n^3+2n}{2n^2+n^4-5}$$

$$c_n = \frac{3n^2-4n^4-n^2+1}{2n^4-3n^3+n}$$

$$d_n = \frac{2n^3-4n^5+n^4-3n}{5n^2+3n}$$

$$e_n = \frac{2n^3-3n^4}{5n^5+3n^2-2}$$

$$f_n = \frac{5n^3+2n^2-n+3}{3n^4-4n^5+2n}$$

$$b_n = \frac{2n^4+3n^2-4n+5}{5n^4-4n^3+2n}$$

$$c_n = \frac{4n^4+2n^6-4n^2}{3n^5-5n^2+2n+3}$$

$$d_n = \frac{n^2+5n^5-4n+1}{n^5-3n^4+4n}$$

$$e_n = \frac{3n^2+7n^3-4}{2n^2-5n+3}$$

$$f_n = \frac{6n^4+3n^2-2n}{2n^3-7n^6+1}$$

$$g_n = \frac{2n^4+5n^2-5}{3n^3-6n^4+8}$$

$$h_n = \frac{8n^3+3n^2-1}{7n^3-2n^5}$$

4. Határozd meg az alábbi sorozatok határértékét!

$a_n = \sqrt{n+5} - \sqrt{n+1}$

$i_n = \sqrt{4n+1} - \sqrt{4n+3}$

$j_n = \sqrt{2n+4} - \sqrt{2n-1}$

$k_n = \sqrt{9n+5} - \sqrt{4n-4}$

$l_n = \sqrt{16n+9} - \sqrt{4n-1}$

$b_n = \sqrt{4n^2+9n} - \sqrt{4n^2+n}$

$c_n = \sqrt{n^2+3n} - \sqrt{n^2+n}$

$d_n = \sqrt{9n^2+7} - \sqrt{9n^2+1}$

$e_n = \sqrt{4n^2+3n} - \sqrt{n^2+3n}$

$f_n = \sqrt{9n^2+2n} - \sqrt{4n^2+2n}$

$c_n = \sqrt{n^2+3n} - \sqrt{n^2+3}$

$d_n = \sqrt{4n^2-n} - \sqrt{n^2+n}$

$e_n = \sqrt{5n^2+2n} - \sqrt{4n^2+2n}$

$f_n = \sqrt{16n^2-2n} - \sqrt{16n^2+2n}$

$g_n = \sqrt{2n^2-16} - \sqrt{2n^2+1}$

$h_n = \sqrt{9n^2+4} - \sqrt{9n^2-5}$

$m_n = \sqrt{9n^3+5n} - \sqrt{9n^3+4n}$

$p_n = \sqrt{9n^3+3n^2} - \sqrt{4n^3-n^2}$

$q_n = \sqrt{16n^3+8n^2} - \sqrt{16n^3-n^2}$

$r_n = \sqrt{16n^3+n^2} - \sqrt{4n^3+n^2}$

5. Határozd meg az alábbi sorozatok határértékét!

$a_n = \dfrac{3^n}{4\cdot 3^n+1}$;

$a_n = \dfrac{10^n+10^2}{5^n+2^n+10^5}$;

$a_n = \dfrac{2^{n+1}+5\cdot 3^n}{3^{n-1}+2}$;

$a_n = \dfrac{2^{n+1}}{3^n+5^{n-1}}$;

$a_n = \dfrac{7^n-7^{-n}}{7^n+7^{-n}}$;

$c_n = \dfrac{4^{n+1}-1}{4^n}$

$d_n = \dfrac{2+(-4)^n}{4^n}$

$e_n = \dfrac{3^{n+1}-(-1)^n}{3^n}$

$a_n = 7^{-n}-1$;

$b_n = \dfrac{3^n}{2^{n+3}}$

$c_n = 1+\dfrac{2(-1)^n}{3^n}$

$d_n = \dfrac{1+(-3)^n}{4^n}$

$e_n = \dfrac{(-3)^n+3\cdot 2^{n-1}}{5\cdot 2^n+3}$

6. Határozd meg az alábbi sorozatok határértékét!

$e_n = \sqrt[n]{3n^2+9n-1}$

$f_n = \sqrt[n]{2n^3-8n^2+4}$

$g_n = \sqrt[n]{10n^3-4n^2+6n}$

$h_n = \sqrt[n]{7^n+5^{n+1}}$

$i_n = \sqrt[n]{2\cdot 9^{n+1}-4^n+5}$

$j_n = \sqrt[n]{6\cdot 4^{2n+1}-3^{2n}+4}$

$k_n = \sqrt[n]{5\cdot 3^{2n+1}-2^{3n}}$

7. Határozd meg az alábbi sorozatok határértékét!

$$a_n=\left(\frac{2n+3}{2n+1}\right)^n$$

$$b_n=\left(\frac{3n-2}{3n+1}\right)^n$$

$$c_n=\left(\frac{5n+6}{5n-4}\right)^n$$

$$d_n=\left(\frac{n-2}{n-4}\right)^n$$

$$e_n=\left(\frac{3n+7}{3n-2}\right)^n$$

$$f_n=\left(\frac{2n+1}{2n-7}\right)^n$$

$$b_n=\left(\frac{4n+5}{4n-3}\right)^n$$

$$c_n=\left(\frac{5n+7}{5n-3}\right)^n$$

$$d_n=\left(\frac{6n-4}{6n+16}\right)^n$$

$$e_n=\left(\frac{n}{n-2}\right)^n$$

$$f_n=\left(\frac{n+3}{n}\right)^n$$

$$g_n=\left(\frac{n}{n+1}\right)^n$$

$$h_n=\left(\frac{3n}{3n-6}\right)^n$$