Gyakorló feladatok trigonometriából

10. évfolyam

A feladatok megoldásai a dokumentum végén találhatók.

Geometriai feladatok

1. Egy egyenlő szárú háromszög oldalainak hossza 5 cm, 7 cm és 7 cm. Mekkorák a szögei? Mekkora a köré írt kör sugara?

2. Egy egyenlő szárú háromszög szárszöge 50º, az alapja 8 dm. Mekkorák a szárai és a területe? Mekkora a köré írt kör sugara?

3. Egy egyenlő szárú háromszög területe 120 cm^2, szárainak hossza pedig 20 cm. Mekkorák a szögei és az alapja? Mekkora a köré írt kör sugara?

4. Egy egyenlő szárú háromszög területe 80 dm^2, szárszöge pedig 42º. Mekkorák az oldalai? Mekkora a köré írt kör sugara?

5. Egy egyenlő szárú háromszög területe 80 dm^2, az alapon fekvő szögeinek nagysága pedig 65º. Mekkorák az oldalai? Mekkora a köré írt kör sugara?

6. Egy téglalap oldalainak aránya 3 : 5, kerülete 60 cm. Mekkorák az oldalai? Mekkora szöget zárnak be az átlók az oldalakkal és egymással? Mekkora a köré írt kör sugara?

7. Egy téglalap oldalainak aránya 4 : 7, területe 112 cm^2. Mekkorák az oldalai? Mekkora szöget zárnak be az átlók az oldalakkal és egymással? Mekkora a köré írt kör sugara?

8. Egy téglalap átlói 50º-os szöget zárnak be egymással. Rövidebb oldala 12 cm. Mekkora a kerülete? Mekkora a köré írt kör sugara?

9. Egy húrtrapéz oldalainak hossza 14 cm, 8 cm, 10 cm és 8 cm. Mekkorák a szögei? Mekkora szöget zárnak be az átlók az oldalakkal? Mekkora a területe?

10. Egy húrtrapéz alapjainak hossza 18 mm, illetve 10 mm, egyik szöge 70º. Mekkora a kerülete? Mekkora a területe? Mekkora szöget zárnak be az átlók az oldalakkal?

11. Egy húrtrapéz szárainak hossza 10 cm, egyik szöge 65º, rövidebb alapja pedig 6 cm. Mekkora a kerülete? Mekkora a területe? Mekkora szöget zárnak be az átlók az oldalakkal?

12. Egy húrtrapéz területe 143 cm^2, egyik alapja 17 cm, magassága pedig 11 cm. Mekkora a másik alapja? Mekkorák a szögei? Mekkora szöget zárnak be az átlók az oldalakkal?

13. Egy húrtrapéz átlóinak hossza 15 dm, magassága 9 dm, rövidebb alapja pedig 10 dm. Mekkorák a kerülete és a szögei?

14. Egy rombusz kerülete 84 cm, egyik átlója 16 cm. Mekkorák a másik átlója és szögei?

15. Egy rombusz egyik szöge 45º, területe pedig 90 dm^2. Mekkorák az átlói és az oldalai?

16. Egy deltoid oldalainak aránya 3 : 7, kerülete 120 dm, szimmetriaátlója felezi a legnagyobb, 140º-os szögét. Mekkorák az átlói, a szögei és a területe?

17. Egy deltoid két szemközti szöge 50º illetve 150º, a velük szemközti átló hossza 12 cm. Mekkora a területe?

18. Egy deltoid átlói egyenlő hosszúak, egyik átlója 3 :5 arányban osztja a másikat, területe 72 cm^2. Mekkorák az oldalai és a szögei?

19. Egy szabályos tizenkét oldalú sokszög köré írható kör átmérője 8 cm. Mekkora a sokszög kerülete és területe?

20. Egy szabályos 15 oldalú sokszög oldalainak hossza 5 dm. Mekkora a területe? Mekkora a köré írt kör sugara?

21. Egy szabályos 20 oldalú sokszög köré írt kör átmérője 12 cm. Mekkora a területe? Hány %-a ez a köré írt kör területének?

Oldd meg a következő egyenleteket a valós számok halmazán!

21. $\sin x = \frac{1}{2}$ $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\sin x = 1$ $\sin x = 0$ $\sin x = -\frac{1}{2}$ $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\sin x = -1$

22. $\cos x = \frac{1}{2}$ $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\cos x = 1$ $\cos x = 0$ $\cos x = -\frac{1}{2}$ $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\cos x = -1$

MEGOLDÁSOK

1. A szárszög: 41,85º, az alapon fekvő szögek nagysága: 69,08º. A köré írt kör sugara: 3,75 cm.
2. A szárak hossza 9,46 dm, a területe 34,28 dm^2, köré írt kör sugara 5,22 dm.
3. A szárszöge 36,87 cm, az alapon fekvő szögek nagysága: 71,57º, az alapja 12,65 cm. A köré írt kör sugara: 10,54 cm.
4. A szárak hossza 15,46 dm, az lap 11,08 dm, a köré írt kör sugara 8,28 dm.
5. A szárak hossza 14,45 dm, az lap 12,21 dm, a köré írt kör sugara 7,97 dm.
6. Az oldalak hossza 11,25 cm és 18,75 cm. Az oldalak az átlókkal 30,96º-os illetve 59,04º-os szögeket zárnak be, az átlók egymással pedig 61,92º-os szöget.
7. Az oldalak hossza 8 cm és 14 cm. Az oldalak az átlókkal 29,74º-os illetve 60,26º-os szögeket zárnak be, az átlók egymással pedig 59,48º-os szöget.
8. A hosszabb oldal 25,73 cm, a kerülete 75,47 cm, a köré írt kör sugara 14,2 cm.

9. A szögei 75,52º és 104,48º-osak. Az átlók 32,84º-os szöget zárnak be az alapokkal, 42,68º-os, illetve 71,64º-os szöget zárnak be a szárakkal. A területe 92,95 cm^2.
10. A szárainak hossza 11,7 mm, így a kerülete 51,4 mm. A területe 153,86 mm^2. Az átlók 34,48º-os szöget zárnak be az alapokkal, 35,52º-os, illetve 75,52º-os szöget zárnak be a szárakkal.
11. A hosszabb alap 14,45 cm, a kerülete 40,45 cm, a területe 110,8 cm^2. Az átlók 36,55º-os szöget zárnak be az alapokkal, 28,45º-os, illetve 78,45º-os szöget zárnak be a szárakkal.
12. A másik alap 9 cm, szögei: 70,02º és 109,98º. Az átlók 40,24º-os szöget zárnak be az alapokkal, 29,78º-os, illetve 69,74º-os szöget zárnak be a szárakkal.
13. A hosszabb alap 14 dm, a szárai 9,22 dm, így a kerülete 42,44 dm. Szögei: 77,47º és 102,53º.
14. Oldalainak hossza 21 cm, másik átlója 38,83 cm. Szögei: 44,79º és 153,21º.
15.

$$T = \frac{e \cdot f}{2} = 90 \ \textit{és} \qquad \mathrm{tg}22{,}5° = \frac{\frac{e}{2}}{\frac{f}{2}} \quad \rightarrow \qquad e = f \cdot \mathrm{tg}22{,}5° = 0{,}41f$$

$$\textit{így} \ T = \frac{e \cdot f}{2} = \frac{0{,}41f \cdot f}{2} = \frac{0{,}41f^2}{2} = 90 \qquad \rightarrow \qquad f = 20{,}95\,dm$$

$$e = 0{,}41f = 8{,}59\,dm$$

$$a = 11{,}32\,dm$$

16. Oldalainak hossza 18 dm, illetve 42 dm. A szimmetriaátlót a másik átló 6,16 dm-es és 38,45 dm-es darabokra osztja, így teljes hossza 44,61 dm. A másik átló 33,83 dm. A 140º-os szöggel szemközti szög 47,45º, a két egyenlő szöge pedig egyenként 86,27º. Területe 754,58 dm^2.
17. Oldalai: 6,21 cm és14,2 cm, így kerülete 40,82 cm. Szimmetriaátlóját 1,61 cm és 12,87 cm hosszú darabokra osztja a másik átló, így teljes hossza 14,48 cm. A másik átló 12 cm. Területe 86,88 cm^2.
18.

$$T = \frac{e \cdot f}{2} = \frac{e^2}{2} = 72 \quad \rightarrow \quad e = 12\,cm \qquad \rightarrow \qquad e_1 = 4{,}5\ cm\ ;\ e_2 = 7{,}5\ cm$$

$$\text{Szögei}: 106{,}26° \ ;\ 77{,}32° \ ;\ 88{,}21° \ ;\ 88{,}21°$$

19. Kerülte 24,85 cm, területe pedig 48 cm^2.
20. A területe 441,06 dm^2, a köré írt kör sugara pedig 12,02 dm

21. $\sin x = \frac{1}{2}$ megoldása: $x_1 = 30^\circ + k \cdot 360^\circ \ ;\ x_2 = 150^\circ + k \cdot 360^\circ \ ;\ k \in Z$

vagy $x_1 = \frac{\pi}{6} + k \cdot 2\pi \ ;\ x_2 = \frac{5\pi}{6} + k \cdot 2\pi \ ;\ k \in Z$

$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ megoldása: $x_1 = 60^\circ + k \cdot 360^\circ \ ;\ x_2 = 120^\circ + k \cdot 360^\circ \ ;\ k \in Z$

vagy $x_1 = \frac{\pi}{3} + k \cdot 2\pi \ ;\ x_2 = \frac{2\pi}{3} + k \cdot 2\pi \ ;\ k \in Z$

$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ megoldása: $x_1 = 45^\circ + k \cdot 360^\circ \ ;\ x_2 = 135^\circ + k \cdot 360^\circ \ ;\ k \in Z$

vagy $x_1 = \frac{\pi}{4} + k \cdot 2\pi \ ;\ x_2 = \frac{3\pi}{4} + k \cdot 2\pi \ ;\ k \in Z$

$\sin x = 1$ megoldása: $x = 90^\circ + k \cdot 360^\circ$; $k \in Z$

vagy $x = \frac{\pi}{2} + k \cdot 2\pi$; $k \in Z$

$\sin x = 0$ megoldása: $x = k \cdot 180^\circ$; $k \in Z$

vagy $x = k \cdot \pi$; $k \in Z$

$\sin x = -\frac{1}{2}$ megoldása: $x_1 = 210^\circ + k \cdot 360^\circ$; $x_2 = 330^\circ + k \cdot 360^\circ$; $k \in Z$

vagy $x_1 = \frac{7\pi}{6} + k \cdot 2\pi$; $x_2 = \frac{11\pi}{6} + k \cdot 2\pi$; $k \in Z$

$\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ megoldása: $x_1 = 240^\circ + k \cdot 360^\circ$; $x_2 = 300^\circ + k \cdot 360^\circ$; $k \in Z$

vagy $x_1 = \frac{4\pi}{3} + k \cdot 2\pi$; $x_2 = \frac{5\pi}{3} + k \cdot 2\pi$; $k \in Z$

$\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ megoldása: $x_1 = 225^\circ + k \cdot 360^\circ$; $x_2 = 315^\circ + k \cdot 360^\circ$; $k \in Z$

vagy $x_1 = \frac{5\pi}{4} + k \cdot 2\pi$; $x_2 = \frac{7\pi}{4} + k \cdot 2\pi$; $k \in Z$

$\sin x = -1$ megoldása: $x = 270^\circ + k \cdot 360^\circ$; $k \in Z$

vagy $x = \frac{3\pi}{2} + k \cdot 2\pi$; $k \in Z$

22. $\cos x = \frac{1}{2}$ megoldása: $x_1 = 60^\circ + k \cdot 360^\circ$; $x_2 = 300^\circ + k \cdot 360^\circ$; $k \in Z$

vagy $x_1 = \frac{\pi}{3} + k \cdot 2\pi$; $x_2 = \frac{5\pi}{3} + k \cdot 2\pi$; $k \in Z$

$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ megoldása: $x_1 = 30^\circ + k \cdot 360^\circ$; $x_2 = 330^\circ + k \cdot 360^\circ$; $k \in Z$

vagy $x_1 = \frac{\pi}{6} + k \cdot 2\pi$; $x_2 = \frac{11\pi}{6} + k \cdot 2\pi$; $k \in Z$

$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ megoldása: $x_1 = 45^\circ + k \cdot 360^\circ$; $x_2 = 315^\circ + k \cdot 360^\circ$; $k \in Z$

vagy $x_1 = \frac{\pi}{4} + k \cdot 2\pi$; $x_2 = \frac{7\pi}{4} + k \cdot 2\pi$; $k \in Z$

$\cos x = 1$ megoldása: $x = k \cdot 360^\circ$; $k \in Z$

vagy $x = k \cdot 2\pi$; $k \in Z$

$\cos x = 0$ megoldása: $x = 90^\circ + k \cdot 180^\circ$; $k \in Z$

vagy $x = \frac{\pi}{2} + k \cdot \pi$; $k \in Z$

$\cos x = -\frac{1}{2}$ megoldása: $x_1 = 120^\circ + k \cdot 360^\circ$; $x_2 = 240^\circ + k \cdot 360^\circ$; $k \in Z$

vagy $x_1 = \frac{2\pi}{3} + k \cdot 2\pi$; $x_2 = \frac{4\pi}{3} + k \cdot 2\pi$; $k \in Z$

$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ megoldása: $x_1 = 150^\circ + k \cdot 360^\circ$; $x_2 = 210^\circ + k \cdot 360^\circ$; $k \in Z$

vagy $x_1 = \frac{5\pi}{6} + k \cdot 2\pi$; $x_2 = \frac{7\pi}{6} + k \cdot 2\pi$; $k \in Z$

$\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ megoldása: $x_1 = 135^\circ + k \cdot 360^\circ$; $x_2 = 225^\circ + k \cdot 360^\circ$; $k \in Z$

vagy $x_1 = \frac{3\pi}{4} + k \cdot 2\pi$; $x_2 = \frac{5\pi}{4} + k \cdot 2\pi$; $k \in Z$

$\cos x = -1$ megoldása: $x = 180^\circ + k \cdot 360^\circ$; $k \in Z$

vagy $x = \pi + k \cdot 2\pi$; $k \in Z$