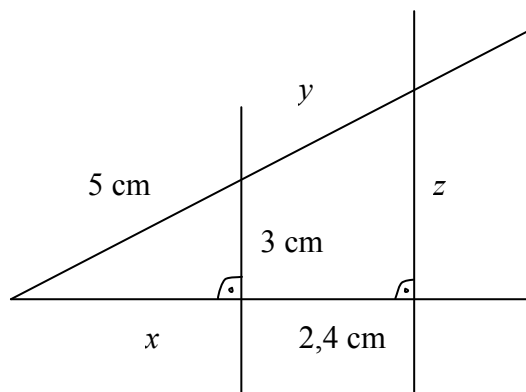


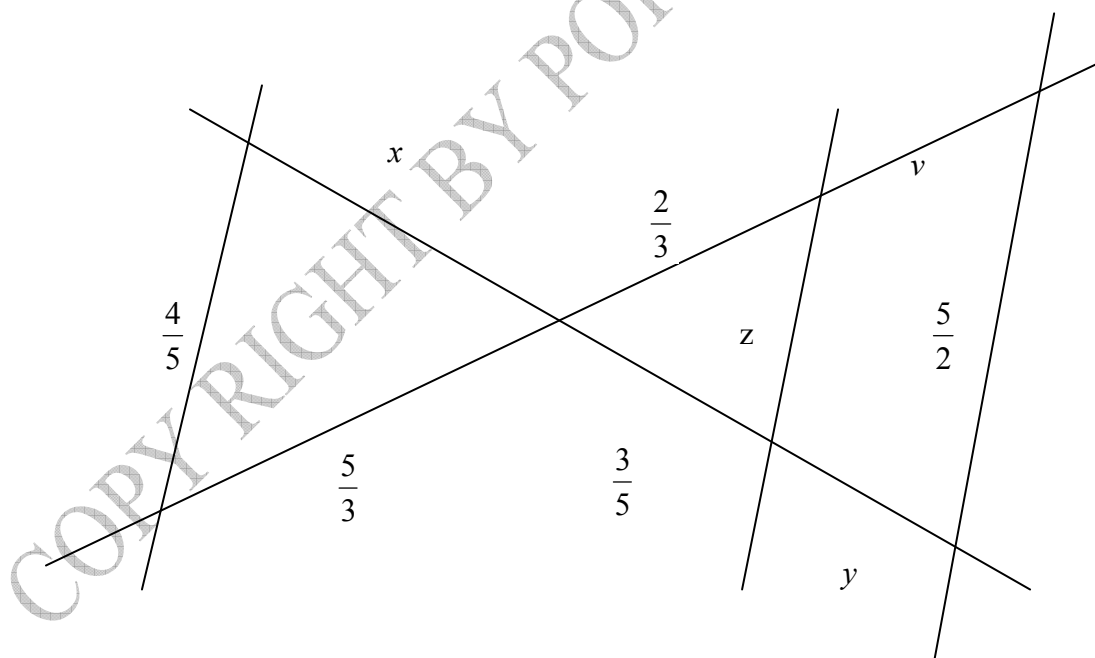
HASONLÓSÁGGAL KAPCSOLATOS FELADATOK

Egyszerű, hasonlósággal kapcsolatos feladatok

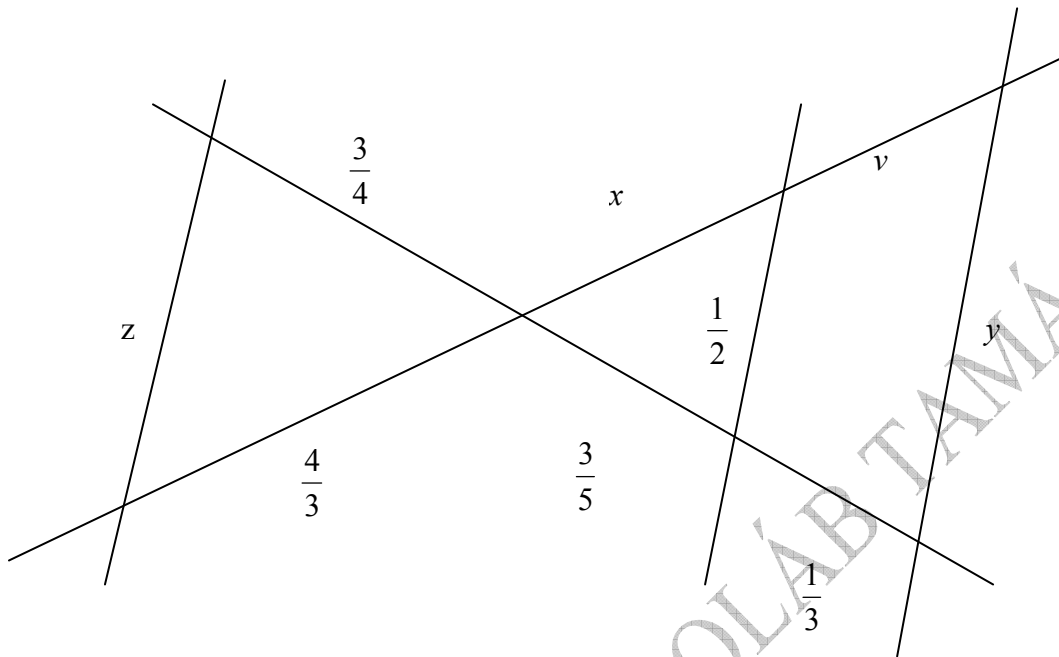
1. Határozd meg az x , y és z szakaszok hosszát!



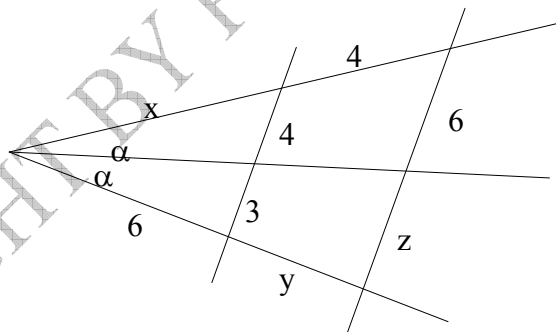
2. Határozd meg az x , y , z , u és v szakaszok hosszát!



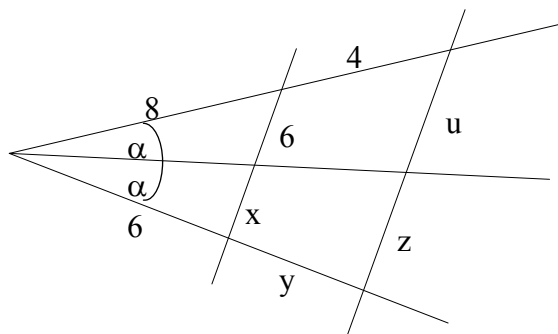
3. Határozd meg az x , y , z , u és v szakaszok hosszát!



1. Mekkora az ábrán jelölt x , y és z szakasz hossza?



1. Mekkora az ábrán jelölt x , y , z és u szakasz hossza?



4. Két hasonlóság háromszögben: $a = 4$ cm, $a' = 7$ cm, $b' - b = 2,25$ cm illetve $c' + c = 14,25$ cm. Mekkora a háromszögek oldalai? Mekkora a területük aránya?
5. Két hasonlóság háromszögben: $a = 10$ cm, $a' = 8$ cm, $b' + b = 14,4$ cm illetve $c - c' = 1,4$ cm. Mekkora a háromszögek oldalai? Mekkora a területük aránya?
6. Két hasonló háromszög területének aránya $16 : 25$. Mekkora a nagyobb háromszög kerülete, ha a kicsié 120 cm? Mekkora a nagyobb háromszög legnagyobb oldala, ha tudjuk, hogy 6 cm-rel nagyobb a kis háromszög legnagyobb oldalánál?
7. Az ABC és az $A'B'C'$ háromszög területének aránya $9 : 16$. Mekkora a kerületeik aránya? Mekkora $B'C'$, ha $BC = 7,5$ cm?
8. Egy trapéz alapjai 8 cm ill. 12 cm. Szárait felosztjuk három egyenlő részre, és az osztópontokon keresztül párhuzamosokat húzunk az alapokkal. Milyen hosszúak ezek a szakaszok?
9. Egy $ABCD$ téglalapban $AB = 12$ cm, $BC = 7$ cm. A BC oldalt a P pont $AP : PB = 2 : 3$ arányban osztja. A CP egyenes az AB oldalt Q pontban metszi. Mekkora a BQ , a CP ill. a PQ távolság?
10. Egy derékszögű háromszög befogói 4 ill. 10 . Egy hozzá hasonló háromszög területe 45 . Mekkora az oldalai?
11. Egy háromszög oldalainak hossza: 5 cm, 8 cm ill. 12 cm. Egy hozzá hasonló háromszögben a legnagyobb és a legkisebb oldal különbsége $10,5$ cm. Mekkora ennek a háromszögnek az oldalai?
12. Egy háromszög oldalainak hossza: 2 cm, 5 cm ill. 8 cm. Egy hozzá hasonló háromszög kerülete 25 cm. Mekkora ennek a háromszögnek az oldalai?

Szögfelezők osztásaránya

13. Egy derékszögű háromszög egyik befogója 24 cm, az átfogóhoz tartozó magasság $6,72$ cm.
 - a) Mekkora a háromszög oldalai?
 - b) Mekkora darabokra osztja a megfelelő szögfelező a rövidebb befogót?
 - c) Mekkora a beírható kör sugara?
14. Az ABC derékszögű háromszög egyenlő szárú (a derékszög a C csúcsnál van). Mekkora darabokra osztják az alapon fekvő szögek felezői a szemközti oldalt, ha a befogók hossza 8 cm?
15. Az ABC derékszögű háromszög egyik szöge $\alpha = 60^\circ$. Mekkora darabokra osztják α szög felezője a szemközti oldalt, ha a kisebb befogó hossza 15 cm?
16. Az ABC derékszögű háromszög egyik szöge $\alpha = 60^\circ$. Mekkora darabokra osztják α szög felezője a szemközti oldalt, ha az átfogó hossza 20 cm?

17. Egy háromszög oldalai: $a = 7$ cm, $b = 8$ cm, $c = 7$ cm. Mekkora részekre osztja a b oldalt a szemközti szög felezője? Mekkora a háromszög területe?
18. Egy háromszög oldalai 8, 10 illetve 12. Mekkora a területe és a leghosszabb oldalhoz tartozó magasság? Mekkora darabokra osztja a megfelelő szögfelező a 10 cm-es oldalt? Mekkora a beírható kör sugara?
19. Egy téglalap oldalai 10 cm és 24 cm. Mekkora darabokra osztja a szögfelezője az átlóját?

Magasság- és befogó-tétel

20. Egy derékszögű háromszög egyik befogója 5 cm, a magassága 3 cm. Mekkora a másik két oldala, a területe és a köréírható kör sugara?
21. Egy derékszögű háromszög két befogója: $a = 5$ cm, $b = 12$ cm. Mekkora szeletekre osztja az átfogót a hozzá tartozó magasság? Mekkora az átfogóhoz tartozó magasság?
22. Egy derékszögű háromszög egyik befogója: $a = 12$ cm, átfogója: $c = 20$ cm. Mekkora szeletekre osztja az átfogót a hozzá tartozó magasság? Mekkora az átfogóhoz tartozó magasság?
23. Egy derékszögű háromszög befogói: $a = 12$ cm, $b = 15$ cm. Mekkora szeletekre osztja az átfogót a hozzá tartozó magasság? Mekkora az átfogóhoz tartozó magasság?
24. Egy derékszögű háromszög egyik befogója: $a = 10$ cm, átfogója: $c = 26$ cm.
- Mekkora részekre osztja a szögfelező a 10 cm-es oldalt?
 - Mekkora részekre osztja az átfogóhoz tartozó magasság az átfogót?
 - Mekkora az átfogóhoz tartozó magasság?
25. Egy derékszögű háromszög egyik befogója $\frac{3}{4}$ -ed része a másik befogónak: $a = \frac{3}{4}b$.
Átfogója 20 cm.
- Mekkorák a befogók?
 - Mekkora részekre osztja az átfogóhoz tartozó magasság az átfogót?
 - Mekkora az átfogóhoz tartozó magasság?
 - Mekkora részekre osztja a szögfelező a 10 cm-es oldalt?
26. Egy derékszögű háromszög területe 30 cm², egyik befogója 12 cm. Mekkora az oldalai? Mekkora részekre osztja a szögfelező a b befogót?
27. Egy derékszögű háromszög egyik befogója 16 cm, átfogója 20 cm.
- Mekkorák az oldalai?
 - Mekkora részekre osztja az átfogóhoz tartozó magasság az átfogót?
 - Mekkora az átfogóhoz tartozó magasság?
 - Mekkora a háromszög területe?
 - Mekkora részekre osztja a szögfelező a b oldalt?

28. Egy derékszögű háromszög átfogója 100, a rövidebb befogó átfogóra eső merőleges vetülete 7,84. Mekkora a háromszög
- két befogója
 - átfogóhoz tartozó szögfelezője által az átfogóból lemetszett szakaszok hossza
 - beírható körének sugara?
29. Egy derékszögű háromszög egyik befogója 24 cm, az átfogóhoz tartozó magasság 6,72 cm.
- Mekkorák a háromszög oldalai?
 - Mekkora darabokra osztja a megfelelő szögfelező a rövidebb befogót?
 - Mekkora a beírható kör sugara?
30. Egy derékszögű háromszög egyik befogója 13 cm, az átfogóhoz tartozó magasság 5 cm. Mekkora a háromszög másik két oldala? Mekkora a beírható körének sugara?
31. Egy derékszögű háromszög rövidebbik befogója 26 cm, átfogóra eső vetülete pedig 10 cm. Mekkora:
- az átfogóhoz tartozó magassága
 - az átfogó,
 - a másik befogó,
 - a köréírható kör sugara,
 - a beírható kör sugara,
 - a súlypont és a hosszabb befogó távolsága?
32. Mekkora darabokra osztja a hosszabb befogót metsző szögfelező az átfogóhoz tartozó magasságot?
33. Egy derékszögű háromszög átfogóhoz tartozó magassága 6 cm, a rövidebb befogó átfogóra eső merőleges vetülete pedig 4,5 cm. Számold ki a következőket:
- a két befogót
 - az átfogót
 - a köréírt kör sugarát
 - a beírt kör sugarát
 - a hosszabb befogóhoz tartozó súlyvonal hosszát.
34. Egy derékszögű háromszög átfogója 84,5 cm, a rövidebb befogó átfogóra eső merőleges vetülete pedig 12,5 cm. Számold ki a következőket:
- a két befogót
 - a magasságot
 - a köréírt kör sugarát
 - a beírt kör sugarát
 - a derékszögű csúcsból kiinduló súlyvonal hosszát.

Szerkesztés

35. Egy háromszögben: $b = 4$ cm, $\beta = 30^\circ$, $m_b = 4$ cm. Szerkeszd meg a háromszöget!

36. Adott egy a és egy egység hosszúságú szakasz. Szerkeszd meg az $\frac{1}{a}$ hosszúságú szakaszt!
37. Szerkessz háromszöget, amelynek oldalai: $a = 4$ cm , $b = 5$ cm , $c = 6$ cm. Hajts végre rajta egy középpontos hasonlósági transzformációt $-\frac{3}{5}$ aránnyal egy tetszőleges külső pontból!
38. Egy háromszögben: $a = 5$ cm, $\alpha = 45^\circ$, $s_a = 4$ cm. Szerkeszd meg a háromszöget! (Minden megoldást szerkessz meg!)
39. Szerkessz háromszöget, amelynek oldalai: $a = 3,5$ cm , $b = 4$ cm , $c = 5$ cm. Hajts végre rajta egy középpontos hasonlósági transzformációt $-\frac{5}{3}$ aránnyal!
40. Egy háromszögben: $a = 3,5$ cm, $\alpha = 60^\circ$. Adott az A csúcsra illeszkedő e egyenes. Szerkeszd meg a háromszöget!
41. Egy húrnégyszögben: $\alpha = 75^\circ$, $BD = 5,5$ cm, az A csúcs távolsága a BD átlótól $2,5$ cm, $\delta = 90^\circ$. Szerkeszd meg a négyszöget!
42. Egy háromszögben $a = 5,5$ cm, $s_a = 5$ cm, $\alpha = 45^\circ$. Szerkeszd meg a háromszöget!
43. Egy háromszögben: $a = 6$ cm, $\alpha = 90^\circ$, $m_a = 2,5$ cm. Szerkeszd meg a háromszöget, majd szerkessz bele téglalapot, amely oldalainak aránya $1 : 2$, hosszabb oldala a háromszög a oldalán fekszik, másik két csúcsa pedig a háromszög másik két oldalán!
44. Egy háromszög a oldala a köréírt kör középpontjából 60° -os szög alatt látszik. $a = 4$ cm, $m_a = 4,5$ cm. Szerkeszd meg a háromszöget!
45. Egy húrtrapéz átlói merőlegesek a száraira. Hosszabb alapja 6 cm, az ezen fekvő szögek 60° - osak. Szerkeszd meg a trapézt, majd hajts végre rajta középpontos hasonlósági transzformációt, amelynek középpontja a köréírható kör középpontja, a hasonlóság aránya pedig $-\frac{3}{5}$!
46. Egy kör sugara 3 cm. Szerkessz a körbe téglalapot, amely oldalainak aránya $3 : 2$! A szerkesztés után számold ki a téglalap oldalait!
47. Szerkessz adott háromszögbe téglalapot, amely oldalainak aránya $2 : 3$!
48. Adott egy szög szárai közt a P pont. Szerkesszünk kört, amely a szögszárakat érinti és átmegy a P ponton!
49. Rajzolj egy tetszőleges háromszöget és szerkeszd meg a középvonalait. Bizonyítsd be, hogy az általuk meghatározott háromszög hasonló az eredetihez! Keresd meg a hasonlóság középpontját!

50. Egy téglalap oldalai 10 cm és 4 cm. Végezz el a hosszabb oldal negyedelőpontjából egy $-\frac{3}{5}$ arányú középpontos hasonlóságot!
51. Adott négyzetet, téglalapot nagyítsunk úgy fel, hogy az átló és az oldal összege adott szakasszal legyen egyenlő!
52. Adott négyzetet, téglalapot nagyítsunk úgy fel, hogy az átló és az oldal különbsége adott szakasszal legyen egyenlő!

Elmélet

53. Döntsd el az alábbi állításokról, hogy igazak vagy hamisak!

- Két háromszög hasonló, ha megegyeznek két oldal arányában és egy szögükben.
- Két derékszögű háromszög hasonló, ha megegyeznek magasságvonalaik arányában.
- Két trapéz hasonló, ha megegyeznek szögeikben.
- Két paralelogramma hasonló, ha megegyeznek szögeikben.
- Két rombusz hasonló, ha megegyeznek szögeikben.

54. Döntsd el, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz, és melyik hamis!

- Két háromszög hasonló, ha $\frac{a'}{a} = \frac{m_a'}{m_a}$.
- Ha S az ABC háromszög súlypontja, és F_{AB} az AB felezőpontja, akkor $SF = 2SC$
- Ha egy ABC háromszögben F_{AB} az AB és F_{BC} az BC oldal felezőpontja, akkor az $F_{AB} F_{BC} B$ háromszög területe negyedrésze az ABC háromszög területének
- Ha egy derékszögű háromszögbefogója 6 egység, átfogója pedig 10, akkor a befogó átfogóra eső merőleges vetülete 3,6 egység
- Ha az ABC háromszögben $a=8$, $b=12$ és $c=14$, a hozzá hasonló háromszögben pedig $c' - b' = 4$, akkor a hasonlóság aránya 2.

55. Írd le a háromszögek hasonlóságának alapeseteit!

56. Definiáld a középpontos hasonlósági transzformációt és írd le a tulajdonságait!

57. Bizonyítsd be a háromszög súlyvonalaira vonatkozó tételt!

58. Bizonyítsd be a háromszög középvonalaira vonatkozó tételt!

59. Bizonyítsd be a szögfelezők osztásarányára vonatkozó tételt!

60. Bizonyítsd be a magasságtételt!

61. Bizonyítsd be a befogótételt!

62. Írd le és bizonyítsd be a számtani és mértani középre vonatkozó egyenlőtlenséget geometriai úton!

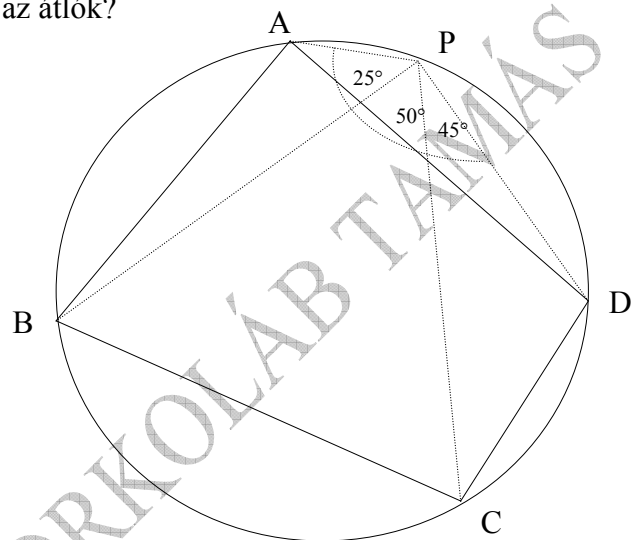
63. Írd le és bizonyítsd be a kerületi szögek tételének megfordítását!

64. Írd le és bizonyítsd be a húrnégyszögek tételét és megfordítását!

Kerületi és középponti szögek, húrnégyszögek

65. Egy négyszög oldalai a köréírt kör egy P pontjából az ábrán látható szögek alatt látszanak.

- a) Mekkora szöget zárnak be a négyszög átlói az oldalakkal?
- b) Mekkora szöget zárnak be egymással az átlók?



66. Egy húrnégyszögben $\angle BAC = 30^\circ$, $\angle CBD = 40^\circ$, $\angle ADB = 50^\circ$. Mekkora a húrnégyszög szögei? Mekkora szöget zárnak be egymással az átlók?

67. Egy húrnégyszögről a következőket tudjuk: $AD = CD$, $\angle ABD = 50^\circ$, $\angle ACB = 60^\circ$. Mekkora szöget zárnak be oldalai az átlókkal? Mekkora a húrnégyszög szögei? Mekkora az átlók által bezárt szög?

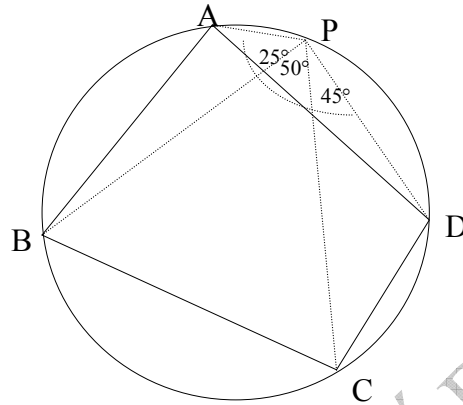
68. Egy háromszög két oldala a köré írt körből 126° -os, illetve 68° -os kőríveket metsz le. Mekkora a háromszög szögei?

69. Egy háromszög szögei: $\alpha = 54^\circ$, $\beta = 76^\circ$. Mekkora a szögek a beírható kör érintési pontjai által meghatározott háromszögnek?

70. Egy háromszög szögei: $\alpha = 62^\circ$, $\beta = 78^\circ$. Rajzoljuk meg a háromszög csúcsaiban a köréírt kör érintőit! Mekkora az érintők alkotta háromszög szögei?

71. Egy húrnégyszögben $\angle DAC = 30^\circ$, $\angle ABD = 40^\circ$, $\angle ACB = 50^\circ$. Mekkora a húrnégyszög szögei? Mekkora szöget zárnak be egymással az átlók?

72. Egy négyszög oldalai a köréírt kör egy P pontjából az ábrán látható szögek alatt látszanak. Mekkora szöget zárnak be a négyszög átlói az oldalakkal? Mekkora a négyszög szögei? Mekkora szöget zárnak be egymással az átlók?



73. Egy húrnégyszögről a következőket tudjuk: $AD = CD$, $\angle ABD = 50^\circ$, $\angle ACB = 60^\circ$. Mekkora szöget zárnak be oldalai az átlókkal? Mekkora a húrnégyszög szögei? Mekkora az átlók által bezárt szög?
74. Egy húrnégyszög D csúcsában érintőt húzunk a köréírható körhöz. Ez az érintő a négyszög AD oldalával 60° -os, CD oldalával pedig 45° -os szöget zár be. Tudjuk még, hogy $\angle BAC = 30^\circ$. Mekkora szöget zárnak be oldalai az átlókkal? Mekkora a húrnégyszög szögei? Mekkora az átlók által bezárt szög?
75. Egy húrnégyszögben $AC = 4$ cm, $\angle ADC = 45^\circ$, $CD = 4,5$ cm, a B csúcs távolsága az AC átlótól pedig 2,5 cm. ($AD > CD$, $AB > BC$) Szerkeszd meg a négyszöget!
76. Egy háromszög köréírt köréhez a csúcaiban érintőket húzunk. Az így kapott - érintők alkotta - háromszög szögei: 30° , 70° ill. 80° . Mekkora az eredeti háromszög szögei?