

QUADRATWURZEL

Grundfrage ist z. B.: Welche Zahl ist, deren Quadrat 25 ist?

Richtige Antwort: 5 und -5 .

Aber wenn man aus 25 Wurzel (Quadratwurzel) zieht, darf man nur ein einziges Ergebnis angeben, weil in der Mathe alle Operationen nur ein einziges Ergebnis haben.

Also man muß zwischen 5 und -5 wählen. So wurde das Ergebnis 5, also $\sqrt{25} = 5$.

Im Fall von 0 gibt es kein solches Problem: $\sqrt{0} = 0$, weil es nur eine einzige Zahl gibt, deren Quadrat 0 ist; , also 0.

Definition der Quadratwurzel

Quadratwurzel von x bedeutet diejenige nichtnegative reelle Zahl, deren Quadrat x ist. ($x \geq 0$)

$$\text{Also } (\sqrt{x})^2 = x$$

Quadratwurzel ist nur für nichtnegative reelle Zahl definiert.

Zum Beispiel $\sqrt{-4}$ ist nicht zu definieren, weil es keine reelle Zahl gibt deren Quadrat -4 ist.

Wurzelgesetze:

$$a \geq 0 ; b \geq 0 ; a \in \mathbb{R} ; b \in \mathbb{R}$$

$$1. \sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$\text{z.B. } \sqrt{160000} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{10000} = 4 \cdot 100 = 400$$

$$2. \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (b \neq 0)$$

$$\text{z.B. } \sqrt{\frac{64}{81}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{81}} = \frac{8}{9}$$

$$3. \sqrt{a^k} = \sqrt{a^k} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

z.B. $\sqrt{9^3} = \sqrt{9^3} = 3^3 = 27$

Weiterhin kommt es häufig vor: was ist das richtige Ergebnis für $\sqrt{x^2}$?

In der Lösung einer Gleichung am häufigsten schreiben die S.u.S. x .

Prüfen wir, ob es richtig ist!

$\sqrt{9^2} = \sqrt{81} = 9$, also wenn $x = 9$ wäre, dann $\sqrt{x^2} = x$.

Aber

$\sqrt{(-9)^2} = \sqrt{81} = 9$. Jetzt $\sqrt{x^2} = -x$

Im Allgemeinen:

$$\sqrt{x^2} = \begin{cases} x, & \text{wenn } x \geq 0 \\ -x, & \text{wenn } x < 0 \end{cases}$$

oder ganz einfach:

$$\sqrt{x^2} = |x|$$