

# QUADRATWURZEL

Grundfrage ist z. B.: Welche Zahl ist, deren Quadrat 25 ist?

Richtige Antwort: 5 und  $-5$ .

Aber wenn man aus 25 Wurzel (Quadratwurzel) zieht, darf man nur ein einziges Ergebnis angeben, weil in der Mathe alle Operationen nur ein einziges Ergebnis haben.

Also man muß zwischen 5 und  $-5$  wählen. So wurde das Ergebnis 5, also  $\sqrt{25} = 5$ .

Im Fall von 0 gibt es kein solches Problem:  $\sqrt{0} = 0$ , weil es nur eine einzige Zahl gibt, deren Quadrat 0 ist; , also 0.

## Definition der Quadratwurzel

Quadratwurzel von  $x$  bedeutet diejenige nichtnegative reelle Zahl, deren Quadrat  $x$  ist. ( $x \geq 0$ )

$$\text{Also } (\sqrt{x})^2 = x$$

Quadratwurzel ist nur für nichtnegative reelle Zahl definiert.

Zum Beispiel  $\sqrt{-4}$  ist nicht zu definieren, weil es keine reelle Zahl gibt deren Quadrat  $-4$  ist.

## Wurzelgesetze:

$$a \geq 0 ; b \geq 0 ; a \in \mathbb{R} ; b \in \mathbb{R}$$

$$1. \sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$\text{z.B. } \sqrt{160000} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{10000} = 4 \cdot 100 = 400$$

$$2. \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (b \neq 0)$$

$$\text{z.B. } \sqrt{\frac{64}{81}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{81}} = \frac{8}{9}$$

$$3. \sqrt{a^k} = \sqrt{a^k} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

z.B.  $\sqrt{9^3} = \sqrt{9^3} = 3^3 = 27$

Weiterhin kommt es häufig vor: was ist das richtige Ergebnis für  $\sqrt{x^2}$  ?

In der Lösung einer Gleichung am häufigsten schreiben die S.u.S.  $x$ .

Prüfen wir, ob es richtig ist!

$\sqrt{9^2} = \sqrt{81} = 9$ , also wenn  $x = 9$  wäre, dann  $\sqrt{x^2} = x$ .

Aber

$\sqrt{(-9)^2} = \sqrt{81} = 9$ . Jetzt  $\sqrt{x^2} = -x$

Im Allgemeinen:

$$\sqrt{x^2} = \begin{cases} x, & \text{wenn } x \geq 0 \\ -x, & \text{wenn } x < 0 \end{cases}$$

oder ganz einfach:

$$\sqrt{x^2} = |x|$$