

ÄHNLICHKEIT

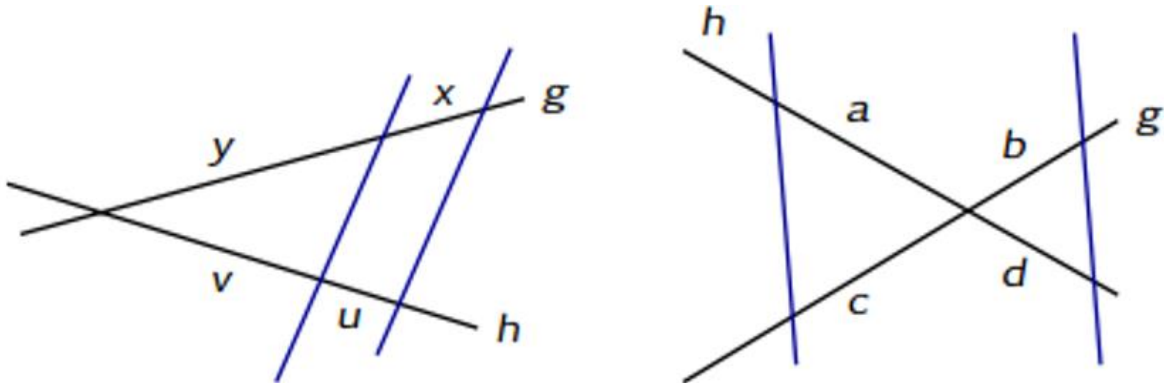
1. STRAHLENSÄTZE

Strahlensätze 1.:

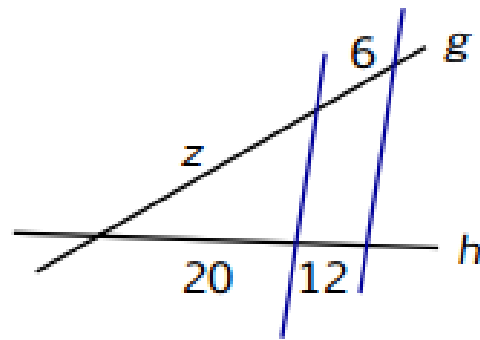
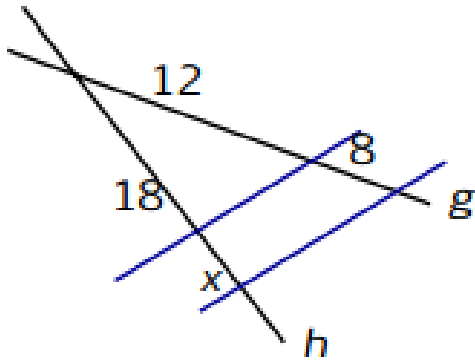
1. Wenn zwei Strahlen mit gemeinsamen Anfangspunkt durch parallele Geraden geschnitten wird, dann verhalten sich je zwei Abschnitte auf der einen Geraden so zueinander wie die ihnen entsprechenden Abschnitte auf der anderen Geraden.

ODER

Verhältnis aus zwei Teilabschnitten des einen Strahles gleich mit dem Verhältnis aus den entsprechenden Teilabschnitten des anderen Strahles.



$$\frac{x}{y} = \frac{u}{v}, \quad \frac{x+y}{y} = \frac{u+v}{v} \quad \text{und} \quad \frac{a}{d} = \frac{c}{b}, \quad \frac{a}{c} = \frac{d}{b}$$



Lösung: $\frac{8}{12} = \frac{x}{18} \Rightarrow x = \frac{8}{12} \cdot 18 = 12$

$\frac{6}{z} = \frac{12}{20} \Rightarrow z = 6 \cdot \frac{20}{12} = 10$

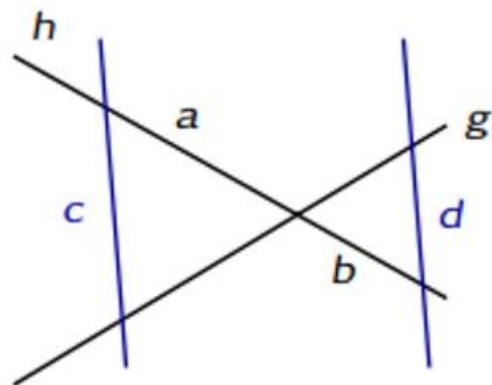
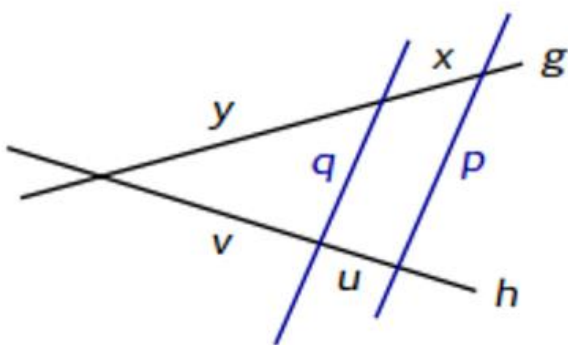
<https://www.schuelerhilfe.de/online-lernen/1-mathematik/602-strahlensatz-i-und-ii>

Strahlensätze 2.:

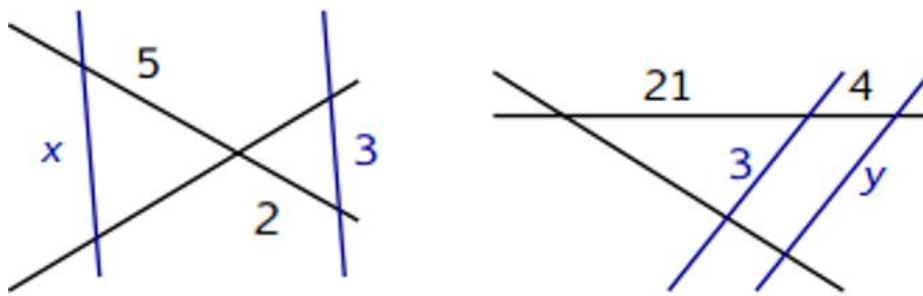
- Es verhalten sich die Abschnitte auf den Parallelen wie die ihnen entsprechenden, vom Scheitel aus gemessenen Strecken auf jeweils derselben Geraden.

ODER

Verhältnis von zwei Teilabschnitten des einen Strahles gleich mit dem Verhältnis der zwei parallelen Strecken.



$$\frac{p}{q} = \frac{x+y}{y} \quad \text{und} \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$



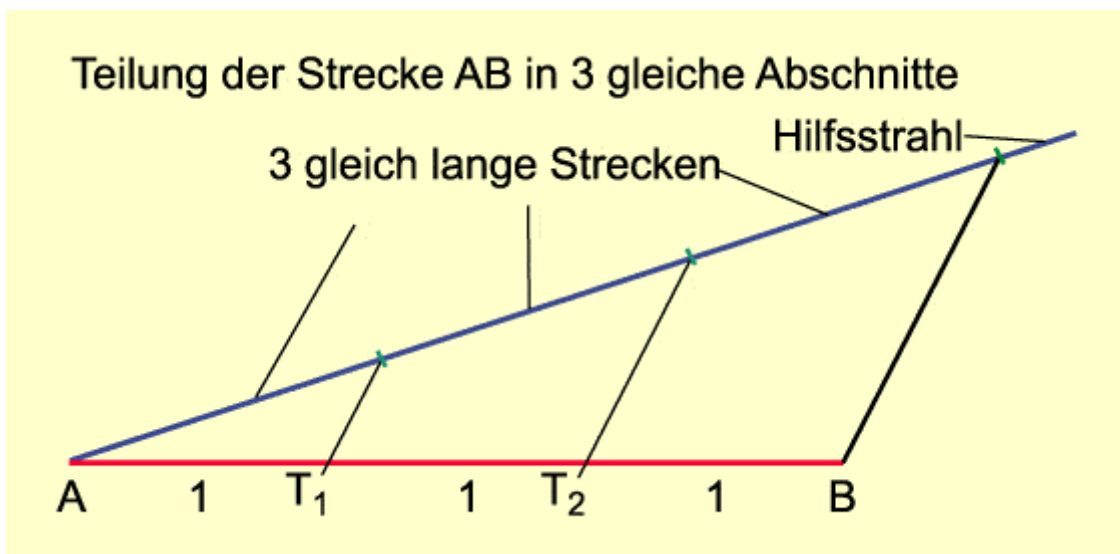
Lösung: $\frac{5}{2} = \frac{x}{3} \Rightarrow x = \frac{5}{2} \cdot 3 = 7,5$

$\frac{4+21}{21} = \frac{y}{3} \Rightarrow y = \frac{25}{7}$

<https://www.schuelerhilfe.de/online-lernen/1-mathematik/602-strahlensatz-i-und-ii>

3. TEILEN EINER STRECKE

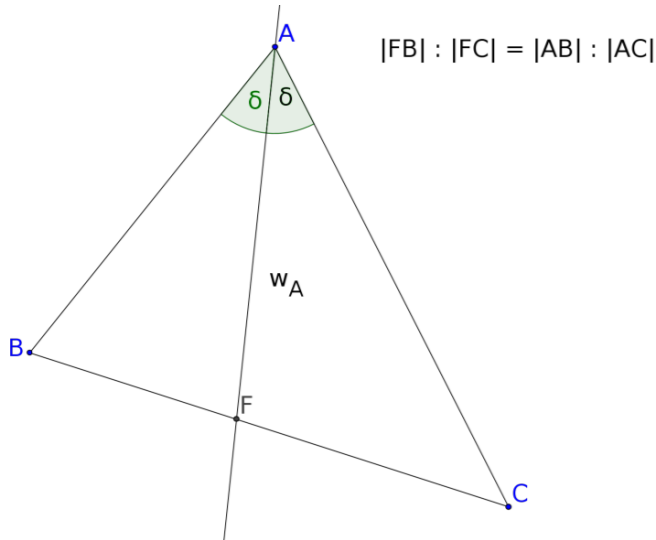
Im Punkt A der Strecke wird ein Strahl (Hilfsstrahl) angetragen. Auf diesem Strahl wird von A aus eine beliebige Strecke n-mal mit dem Zirkel abgetragen. Der letzte Endpunkt der abgetragenen Strecken wird mit dem Punkt B der zu teilenden Strecke verbunden. Eine Parallelverschiebung durch die Endpunkte der Strecken auf dem Hilfsstrahl ergibt die gesuchten Teilungspunkte auf der Strecke AB.



<https://www.lernhelfer.de/schuelerlexikon/mathematik/artikel/streckenteilung>

4. SATZ DER WINKELHALBIERENDEN

Satz: Im Dreieck teilt die Winkelhalbierende die gegenüberliegende Seite im Verhältnis der anliegenden Seiten.



5. ZENTRISCHE STRECKUNG

Eine **zentrische Streckung** ist in der Geometrie eine Abbildung, die alle Strecken in einem bestimmten, gegebenen Verhältnis vergrößert oder verkleinert.

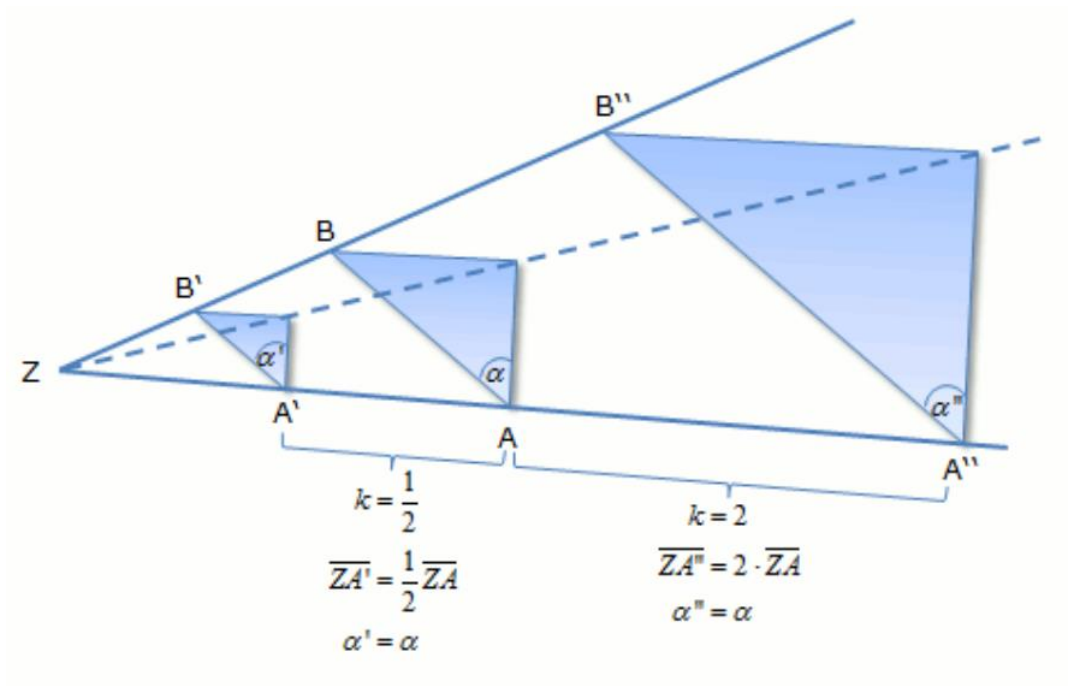
Definition

Gegeben seien ein Punkt Z , der Zeichenebene oder des Raumes und eine reelle Zahl $k \neq 0$. Die zentrische Streckung mit Zentrum Z und Streckungsfaktor (Abbildungsfaktor) k ist diejenige Abbildung der Zeichenebene beziehungsweise des Raumes in sich, bei der der Bildpunkt P' eines Punktes P folgende Eigenschaften besitzt:

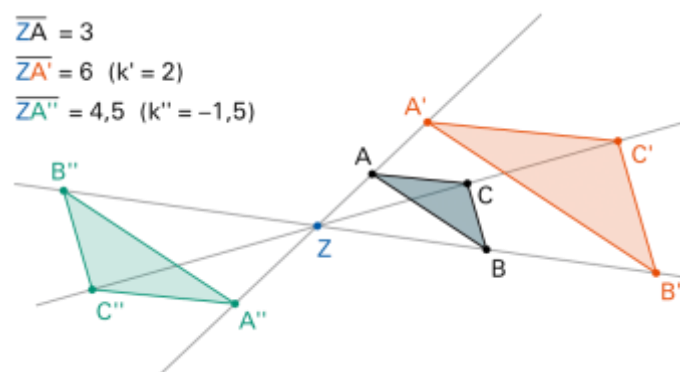
- Z , P und P' liegen auf einer Geraden.
- Für $k > 0$ liegen P und P' auf derselben Seite von Z , für $k < 0$ auf verschiedenen Seiten.
- Die Streckenlänge ZP' ist gleich dem k -fachen der Streckenlänge ZP .

Eigenschaften

- Zentrische Streckungen sind geraden-, kreis- und winkeltreu.
- Die Längenverhältnisse bleiben erhalten.
- Die Bildstrecke einer beliebigen Strecke hat die $|k|$ -fache Länge.
- Das Bild einer Geraden ist eine Parallele zu der Geraden.



<https://schulminator.com/community/mathepanda/263>



<https://www.mathbuch.info/lexikon/detail-9/6532>

6. ÄHNLICHKEITSABBILDUNG

Definition der Ähnlichkeitsabbildung

Eine geometrische Abbildung heißt Ähnlichkeitsabbildung genau dann, wenn sie entweder

- eine Kongruenzabbildung oder
- eine zentrische Streckung oder
- eine nacheinander durchgeführte Abbildung der vorigen Abbildungen

Also eine Abbildung, die sich aus zentrischen Streckungen und Kongruenzabbildungen (also Verschiebungen, Drehungen, Spiegelungen) zusammensetzen lässt.

https://de.wikipedia.org/wiki/Zentrische_Streckung

In der Geometrie sind zwei Figuren genau dann zueinander ähnlich, wenn sie durch eine **Ähnlichkeitsabbildung** (auch diese Abbildung wird häufig als *Ähnlichkeit* bezeichnet) ineinander überführt werden können.

Das heißt, es gibt eine geometrische Abbildung, die sich aus **zentrischen Streckungen** und **Kongruenzabbildungen** (also **Verschiebungen**, **Drehungen**, **Spiegelungen**) zusammensetzen lässt und die eine Figur auf die andere abbildet.

Alle **regelmäßigen Vielecke** gleicher Eckenzahl, wie **gleichseitige Dreiecke** und **Quadrate**, zueinander ähnlich.

7. ÄHNLICHKEITSSÄTZE FÜR DREIECKE

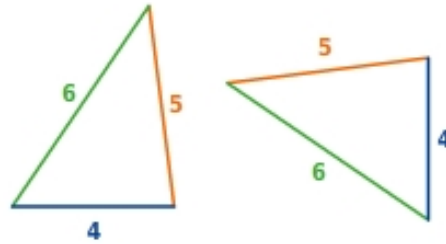
Die vier Ähnlichkeitssätze für Dreiecke lauten:

Zwei Dreiecke sind zueinander ähnlich,

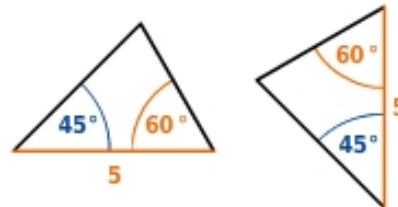
- wenn sie in allen Verhältnissen entsprechender Seiten übereinstimmen. (S:S:S-Satz)
- wenn sie im Verhältnis zweier Seiten und dem von ihnen eingeschlossenen Winkel übereinstimmen. (S:W:S-Satz)
- wenn sie im Verhältnis zweier Seiten und im gegenüberliegenden Winkel der größeren Seite übereinstimmen. (S:s:W-Satz)
- wenn sie in zwei (und somit in drei) Winkeln übereinstimmen. (W:W-Satz)

Merksatz 1:

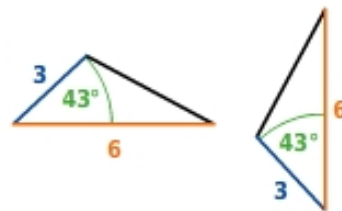
Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie in drei Seiten übereinstimmen.

**Merksatz 2:**

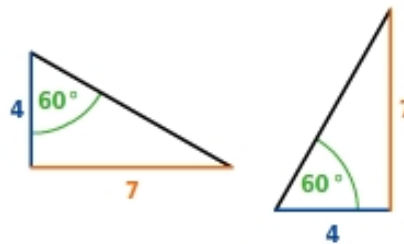
Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie in einer Seite und den beiden anliegenden Winkeln übereinstimmen.

**Merksatz 3:**

Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie in zwei Seiten und dem eingeschlossenen Winkel übereinstimmen.

**Merksatz 4:**

Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie in zwei Seiten und dem der längeren Seite gegenüberliegenden Winkel übereinstimmen.

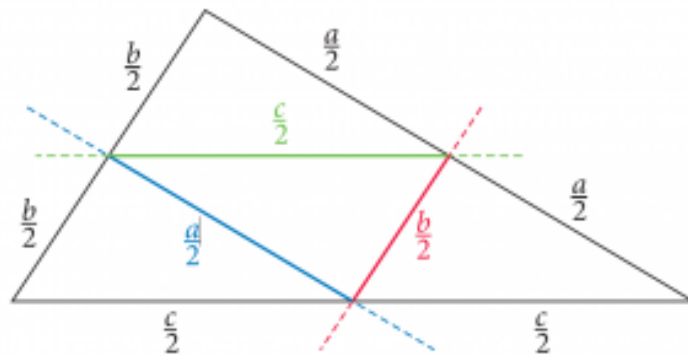


<https://de.bettermarks.com/mathe/dreieckskonstruktionen-und-kongruenzsaetze/>

8. SATZ DER MITTELLINIEN

Definition: Unter Mittellinie eines Dreiecks versteht man eine Strecke, die die Mittelpunkte zweier Seiten verbindet.

SATZ DER MITTELLINIEN: Die Mittellinie eines Dreiecks ist parallel zur dritten Dreiecksseite und halb so lang wie diese.

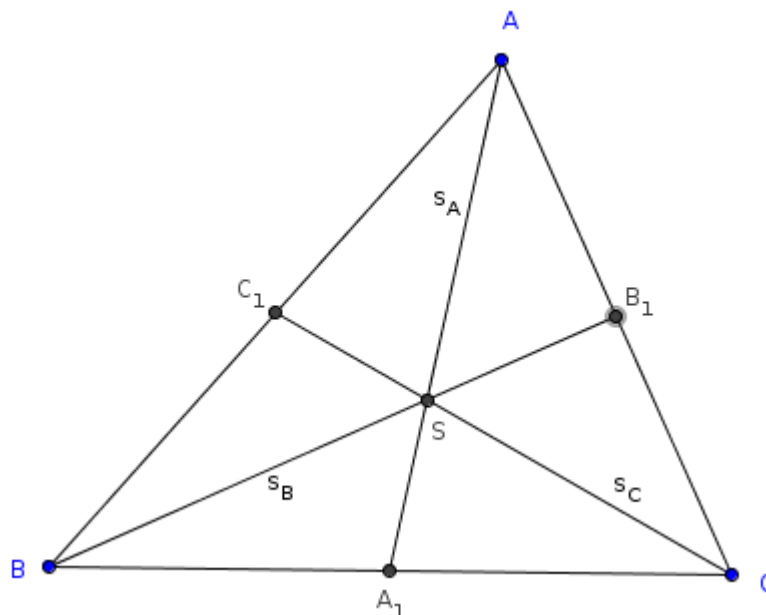


<https://remenyhirintezmeny.hu/32-7-osztaly-matematika/>

9. SATZ DER SEITENHALBIERENDEN

Definition: Seitenhalbierende (auch Schwerlinie oder Median) eines Dreiecks heißt man eine Strecke, die die Mittelpunkte einer Seite mit der gegenüberliegenden Ecke verbindet.

SATZ DER SEITENHALBIERENDEN: Die drei Seitenhalbierenden eines Dreiecks schneiden sich in einem Punkt, dem so genannten Schwerpunkt des Dreiecks. Der Schwerpunkt teilt jede der Seitenhalbierenden im Verhältnis 2:1. Die größere Strecke liegt bei der Ecke.



http://www.jgypk.hu/mentorhalo/tananyag/Geometria_I/83_nevezetes_ttelek.html

10. HÖHEN- UND KATHETENSATZ

In einem rechtwinkligen Dreieck teilt die zur Hypotenuse gehörige Höhe m diese in zwei Abschnitte p und q .

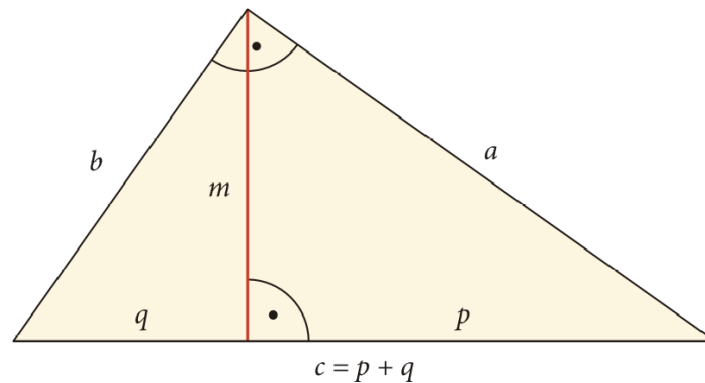
HÖHENSATZ: In einem rechtwinkligen Dreieck die Länge der zur Hypotenuse gehörigen Höhe ist geometrisches Mittel der Längen der Hypotenusenabschnitte p und q , das heißt es gilt:

$$m = \sqrt{pq} \text{ oder } m^2 = pq .$$

KATHETENSATZ: In einem rechtwinkligen Dreieck die Länge der Kathete ist geometrisches Mittel der Längen der entsprechenden Hypotenusenabschnitte und die Hypotenuse, das heißt es gilt:

$$a = \sqrt{pc} \text{ oder } a^2 = pc$$

$$b = \sqrt{qc} \text{ oder } b^2 = qc$$



VERHÄLTNIS DES UMFANGS UND FLÄCHENINHALTS ÄHNLICHER FIGUREN

Gegeben sind zwei ähnliche Figuren in der Ebene mit Ähnlichkeitsfaktor λ .

Das Verhältnis des Umfangs ähnlicher Figuren ist auch λ .

Das Verhältnis des Flächeninhalts ähnlicher Figuren ist λ^2 .

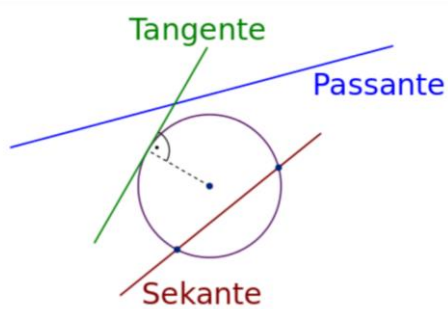
VERHÄLTNIS DER OBERFLÄCHE UND DES VOLUMENS ÄHNLICHER KÖRPER

Gegeben sind zwei ähnliche Körper in dem Raum mit Ähnlichkeitsfaktor λ .

Das Verhältnis der Oberfläche ähnlicher Körper ist λ^2 .

Das Verhältnis des Volumens ähnlicher Körper ist λ^3 .

Wichtige Sätze im Kreis



Tangente eines Kreises ist jede in der gleichen Ebene verlaufende Gerade, die mit dem Kreis genau einen Punkt gemeinsam hat.

Die in der Kreisebene verlaufenden Geraden lassen sich einteilen in Sekanten, Tangenten und Passanten. Die Tangenten stellen dabei in gewisser Weise den Grenzfall dar zwischen Sekanten und Passanten.

Die Tangente ist orthogonal (im rechten Winkel) zu dem Radius, der den Berührungspunkt und den Kreismittelpunkt verbindet.

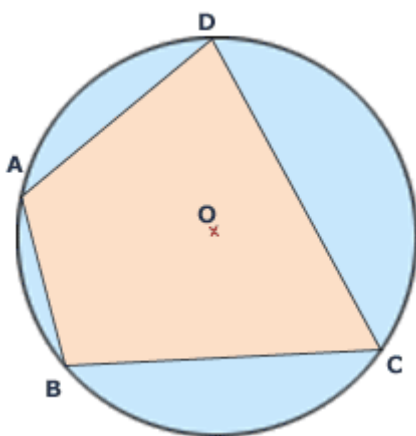
SEKANTEN-TANGENTEN-SATZ

Wenn eine Sekante und eine Tangente des gleichen Kreises schneiden sich in einem äußeren Punkt P , dann der von P ausgehende Tangentenabschnitt ist geometrischer Mittel der Sekantenabschnitte.

SATZ DER SEHNENVIERECKE

Ein **Sehnenviereck** ist ein **Viereck**, dessen Eckpunkte auf einem **Kreis** liegen.

Ein **Sehnenviereck** ist ein **Viereck**, dessen Seiten die Sehnen des gleichen Kreises sind.



Im Sehnenviereck die gegenüberliegenden Winkel ergänzen sich zu 180° .

oder

Im Sehnenviereck beträgt die Winkelsumme der gegenüberliegenden Winkel 180° .

SATZ DER TANGENTENVIERECKE

Ein **Tangentenviereck** ist ein **Viereck**, dessen Seiten **Tangenten** der gleichen **Kreises** sind.

In einem Tangentenviereck ist die **Summe** zweier gegenüberliegenden Seiten gleich der Summe der anderen beiden Seiten.

