

Dinamika gyakorló feladatok

Készítette: Porkoláb Tamás

Elmélet

1. Mit mutat meg a sűrűség?
2. Írj három példát, amelyek a tehetetlenség törvényével magyarázhatók!
3. Írd le a lendület-megmaradás tételét pontrendszerre!
4. Mit mond ki Newton I. törvénye?
5. Mit mond ki Newton II. törvénye?
6. Írd le Newton III. törvényét!
7. Írd le Newton IV. törvényét!
8. Mit értünk súly alatt?
9. Mi a feltétele annak, hogy két erő kiegyenlítse egymást?
10. A körmozgás dinamikája
11. Rugalmas erő
12. Súrlódás, közegellenállás
13. Mitől függ és mitől nem függ a súrlódási erő?
14. Írj példákat arra, amikor hasznos a súrlódás, illetve amikor káros!
15. A nehézségi és a Newton-féle gravitációs erőtvény
16. Arkhimédész törvénye
17. Kepler törvényei
18. Sorold fel a bolygókat a Naptól távolodva!
19. Testek egyensúlya
20. Mi a feltétele a testek egyensúlyának?
21. Tömegközéppont

Lendület

Melyik test lendülete nagyobb?

1. Egy 900 kg tömegű Suzuki Swifté, amely 5 perc alatt 6 km utat tesz meg vagy egy 2,5 t tömegű kisteherautóé, amely 10 perc alatt 4,5 km-t tesz meg?
2. Egy 2 kg tömegű, $2520 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ tömegű aknavető gránáté vagy egy Bélástól 120 kg-os kismotoré, amely fél óra alatt 21,6 km-t tesz meg?
3. Egy Bélástól 200 kg tömegű, $180 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességű motoré vagy 1,2 t tömegű Mercedesé, amely $30 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel halad?

Lendületmegmaradás

4. Két golyó mozog egymással szemben. Az egyik tömege 2 kg, sebessége $1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, a másik 3 kg-os és sebessége $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Az ütközés után a nehezebb golyó $0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel gurul tovább. Mekkora lesz a könnyebb golyó sebessége?
5. Béla biliárdozáskor $36 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel löjűk a 25 dkg tömegű fehér golyót a 20 dkg tömegű, nyugvó piros csíkosba. A fehér $7,2 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel halad tovább. Mekkora lesz a piros csíkos golyó ütközés utáni sebessége?
6. Egy 1200 kg-os személygépkocsi és egy 4,8 tonnás teherautó ütközik egymással tökéletesen rugalmatlanul. A személygépkocsi sebessége $64,8 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, a teherautóé pedig $43,2 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Mekkora az ütközés utáni közös sebességük?
7. Béla egy nyugvó, 4 kg fagolyóba kispuskával egy 2 g tömegű, $802,8 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességű ólomlövedéket lő. Mekkora közös sebességgel mozognak tovább?
8. A 60 kg tömegű Béla $21,6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel ugrik egy 40 kg-os nyugvó csónakba a partról. Mekkora sebességgel mozdulnak el?
9. Béla egy 5 kg tömegű puskából $1800 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel lő ki egy 25 g-os lövedéket. Mekkora sebességgel lökődik vissza a puska?
10. Béla egy vízen úszó hosszú fagerendán a vízhez viszonyított $18 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel fut. Béla tömege 80 kg, a fagerendáé pedig 200 kg. Mekkora sebességgel mozog a gerenda?

Megoldások 1-10.

1. A Suzuki sebessége $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, lendülete $18000 \text{ kg } \frac{\text{m}}{\text{s}}$, teherautó sebessége pedig $7,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, lendülete pedig $18750 \text{ kg } \frac{\text{m}}{\text{s}}$, tehát a teherautóé nagyobb.

2. A gránát lendülete $1400 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$, Béla sebessége a motorral együtt $12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, lendülete pedig $1440 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$, tehát ez a nagyobb.
3. Mindkettő lendülete $1000 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Feladat	m_1 (kg)	v_1 (m/s)	v_1' (m/s)	ΔI_1 (kgm/s)	m_2 (kg)	v_2 (m/s)	v_2' (m/s)	ΔI_2 (kgm/s)
4.	2	1,5	-0,75	-4,5	3	-2	-0,5	4,5
5.	0,25	10	2	-2	0,2	0	10	2
6.	1200	18	-6	28800,00	4800	-12	-6	28800,00
7.	0,002	223	0,111	-0,45	4	0	0,111	0,44
8.	60	6	3,6	-144,00	40	0	3,6	144,00
9.	5	0	-2,5	-12,5	0,025	0	500	12,50
10.	80	0	5	400	200	0	-2	-400,00

Newton II. törvénye

11. Mekkora erő gyorsítja Béla motorját, ami Bélával együtt 150 kg , és 10 s alatt gyorsul $18 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességről $108 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ -ra. Mennyivel változott a motor lendülete? Mekkora a gyorsulása?
12. Mekkora erővel dobja el Béla a 10 dkg tömegű kislabdát, ha az $0,2 \text{ s}$ alatt $90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességre gyorsítja fel az eldobás során? Mekkora lett a kislabda lendülete? Mekkora a gyorsulása?
13. Béla súlyt lök, és 40 N erővel hajtja el a 2 kg tömegű golyót. Mekkora sebességre gyorsul fel, ha $0,5 \text{ s}$ -ig tart a golyó elhajtása? Mennyivel változott a golyó lendülete? Mekkora a gyorsulása?
14. Béla csúzlója $0,05 \text{ s}$ alatt lövi ki a 2 dkg tömegű kavicsot $1,2 \text{ N}$ erővel. Mekkora sebességet ér el a kavics a kilövés során? Mennyivel változott a lendülete? Mekkora a gyorsulása?
15. Béla autójában 2000 N erővel gyorsítja a motor az 1 tonnás autót. Hány s alatt gyorsul fel $28,8 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességről $100,8 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességre? Mekkora a gyorsulása?
16. Béla $43,2 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel kerékpározik, amikor elejti tamagocsiját, és $10,8 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességre fékez le. Közben 160 N erő lassítja a biciklit. Béla és a kerékpár együttes

tömege 80 kg. Mennyi idő alatt lassul le? Mekkora a lendületváltozása? Mekkora a gyorsulása?

17. Béla a pécsi Vidámparkban 1976-ban nők társaságában a vaskoshoz lép, hogy dagadó izmaival és félelmetes erejével elkápráztassa a hölgyeket. 36 N erővel löki meg a vaskost, amely 1,5 s alatt $64,8 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességre gyorsul fel álló helyzetéből. Mekkora a vaskos tömege és lendületváltozása? Mekkora volt a gyorsulása?

18. Béla fiának mesél gyerekkoráról. – Tudod Bélám, 12 éves koromban roller versenyt rendeztünk a téren. Természetesen én nyertem. $10,8 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességről 4 s alatt értem el a $32,4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességet, közben 67,5 N erővel gyorsítva Fecskét (mert csak így hívtam a kétkerekűt). Tudod, hány kg voltam akkor? És mekkora volt a versenyen a lendületváltozásom?

Feladat	v_0 (m/s)	v (m/s)	t (s)	m (kg)	a (m/s ²)	I_0 (kgm/s)	I (kgm/s)	ΔI (kgm/s)	F (N)
11.	5	30	10	150	2,5	750	4500	3750	375
12.	0	25	0,2	0,1	125	0	2,5	2,5	12,5
13.	0	10	0,5	2	20	0	20	20	40
14.	0	3	0,05	0,02	60	0	0,06	0,06	1,2
15.	8	28	10	1000	2	8000	28000	20000	2000
16.	12	3	4,5	80	-2	960	240	-720	-160
17.	0	18	1,5	3	12	0	54	54	36
18.	3	9	4	45	1,5	135	405	270	67,5

Newton IV. törvénye

19. Egy 65 kg-os ládat Józsi és Béla húznak két irányba. Józsi 50 N erővel délre, Béla pedig 120 N erővel nyugatra. Mekkora az eredő erő és mekkora gyorsulással mozog a téglá?

20. Marci és Berci az 55 kg-os Julcsiért civakodnak a jégen. Marci 180 N erővel húzza nyugati irányba Julcsit. Mekkora erővel húzza Berci keleti irányba, ha Julcsi gyorsulása nyugati irányba $1,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$?

21. Egy 65 kg-os ládat négyen húznak a négy égtáj irányába. Éva 240 N erővel észak felé húzza, Karcsi 300 N erővel keletre, Dani 290 N erővel délre, Norbi pedig 180 N erővel nyugatra. Mekkora gyorsulással mozog a láda és mekkora lesz a sebessége 3 s múlva? Mekkora lesz ekkor a lendülete?

Megoldások 19 – 21:

$$19. F_e = 130 \text{ N}, a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$20. F_e = 99 \text{ N}, F_B = 81 \text{ N}$$

$$21. F_e = 130 \text{ N}, a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Rugalmas erő

22. Egy rugóra egy 8 kg-os testet akasztva, a rugó 16 cm-rel nyúlik meg. Mekkora a rugóállandó? Mekkora gyorsulással indulna el ez a test, ha a 12 cm-rel megnyújtott rugóra erősítve elengednénk vízszintes talajon?

23. Egy rugópuska rugójának rugóállandója $250 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. Összenyomjuk 10 cm-rel, és kilőjük az 50 dkg tömegű golyót. Mekkora gyorsulással indul el?

24. Egy rugó rugóállandója $400 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. Hány cm-rel kell összenyomnunk, hogy egy 20 dkg-os golyót $5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ gyorsulással tudjon mozgásba hozni vízszintes talajon?

Megoldások 22-24:

$$22. D = \frac{F}{x} = \frac{80}{0,16} = 500 \frac{\text{N}}{\text{m}}, a = \frac{F}{m} = \frac{Dx}{m} = \frac{500 \cdot 0,12}{8} = 7,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$23. F = D \cdot x = 250 \cdot 0,1 = 25 \text{ N}, a = \frac{F}{m} = \frac{25}{0,5} = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$24. F_e = m \cdot a = 0,2 \cdot 5 = 1 \text{ N}, F_e = F_r, \text{ így } F_r = 1 \text{ N} \cdot x = \frac{F_r}{D} = \frac{1}{40} = 0,025 \text{ m} = 2,5 \text{ cm}$$

Súrlódási erő

25. Egy 20 dkg tömegű jégkorongot $54 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel ütünk el a jégen. A korong 10 s alatt áll meg.

- Mekkora gyorsulással mozog?
- Mekkora a csúszási súrlódási együttható?

- c) Mennyi utat tesz meg a megállásig?
26. Béla egy 40 kg-os ládát $0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ állandó sebességgel tol egy $0,35$ csúszási súrlódási együtthatójú talajon.
- Mekkora erőt fejt ki eközben?
 - Milyen gyorsulással és mennyi idő alatt áll meg a láda, ha Béla hirtelen leveszi a kezét a ládáról?
27. Egy 60 kg tömegű ládát álló helyzetéből szeretnénk kimozdítani vízszintes irányban.
- Mekkora vízszintes erő szükséges ehhez, ha a tapadási súrlódási együttható $0,8$?
 - Mekkora a csúszási súrlódási együttható, ha 330 N vízszintes erő hatására a láda gyorsulása $0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$?
28. Marci egy 35 kg-os asztalt 140 N erővel tud kimozdítani álló helyzetéből.
- Mekkora a tapadási súrlódási együttható?
 - Ezután Marci állandó $0,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel tolja az asztalt. Mekkora erővel teszi ezt, ha a csúszási súrlódási együttható $0,3$?
29. Egy téglát tömege $2,5 \text{ kg}$, a talaj és a téglát közt a csúszási súrlódási együttható $0,3$. Mekkora súrlódási erő hat a téglára, ha húzzuk a talajon? Mekkora gyorsulással mozog, ha 20 N erővel húzzuk?
30. Egy 25 kg tömegű testet vízszintes talajon 100 N erővel húzunk. A súrlódási együttható értéke $0,2$.
- Mekkora súrlódási erő hat a testre?
 - Mekkora a gyorsulása?
 - Mekkora sebességre gyorsul fel 10 s alatt, ha kezdősebessége $18 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ volt?
 - Mekkora a kezdő és a végső lendülete?

Megoldások 25-30:

25.

$$a) a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-15}{10} = -1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$b) F_e = m \cdot a = 0,2 \cdot (-1,5) = -0,3 \text{ N} \quad , \quad F_e = -F_s = -F_{ny} \cdot \mu \quad , \quad \text{így} \quad -0,3 = -2 \cdot \mu \quad , \quad \mu = 0,15$$

$$c) s = \frac{v_0 + v}{2} \cdot t = \frac{15 + 0}{2} \cdot 10 = 75 \text{ m}$$

- a) $F = F_s = F_{ny} \cdot \mu = 400 \cdot 0,35 = 140 \text{ N}$
26. b) $F_e = -F_s = -F_{ny} \cdot \mu = -140 \text{ N}$, $a = \frac{F_e}{m} = \frac{-140}{40} = -3,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
 $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$, így $\Delta t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{-0,8}{-3,5} = 0,23 \text{ s}$
- a) $F = F_s^{\text{max}} = F_{ny} \cdot \mu = 600 \cdot 0,8 = 480 \text{ N}$
27. b) $F_e = F - F_s$, $m \cdot a = F - F_{ny} \cdot \mu$, $60 \cdot 0,5 = 330 - 600 \cdot \mu$, így $\mu = 0,5$
- a) $F = F_s^{\text{max}} = F_{ny} \cdot \mu$, $140 = 350 \cdot \mu$, $\mu = 0,4$
28. b) $F = F_s = F_{ny} \cdot \mu = 350 \cdot 0,3 = 105 \text{ N}$
- a) $F_s = F_{ny} \cdot \mu = 25 \cdot 0,3 = 7,5 \text{ N}$
29. b) $F_e = F - F_s$, $m \cdot a = F - F_{ny} \cdot \mu$, $2,5 \cdot a = 20 - 25 \cdot 0,3$, így $a = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
- a) $F_s = F_{ny} \cdot \mu = 250 \cdot 0,2 = 50 \text{ N}$
- b) $F_e = F - F_s$, $m \cdot a = F - F_{ny} \cdot \mu$, $25 \cdot a = 100 - 250 \cdot 0,2$, így $a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
30. c) $v = v_0 + a \cdot t = 5 + 2 \cdot 10 = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
- d) $I_0 = m \cdot v_0 = 25 \cdot 5 = 125 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$, $I = m \cdot v = 25 \cdot 25 = 625 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$

Gravitációs erő, súly

31. Mekkora gravitációs erő hat arra a 200 kg tömegű műholdra, amely a Föld középpontjától számítva 20000 km magasságban kering a Föld körül? Mekkora sebességgel kering? (a Föld tömege $6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$, a gravitációs állandó pedig $6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$)
32. Egy műhold tömege 0,5 t és 18630 km magasan kering a Föld felszíne felett. Mekkora a rá ható gravitációs erő? (a Föld tömege $6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$, sugara 6370 km, a gravitációs állandó értéke $6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$)
33. Béla tömege 60 kg és Béla liftbe száll. Felfelé a lift gyorsulása $1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, lefelé pedig $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.
Mekkora Béla súlya, amikor a lift felfelé, illetve lefelé megy?
34. Egy lift állandó $1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel mozog függőlegesen felfelé. Géza tömege 65 kg.

a) Mekkora a súlya?

b) Mekkora gyorsulással és milyen irányba mozog a lift, ha Géza 715 N erővel nyomja a lift alját?

35. A 75 kg tömegű Kálmán egy liftben áll, amely $1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ állandó sebességgel mozog függőlegesen lefelé.

a) Mekkora Kálmán súlya?

b) Mekkora gyorsulással és milyen irányba mozog a lift, ha Kálmán 712,5 N erővel nyomja a lift alját?

Megoldások 31-35:

$$31. F_g = \gamma \frac{mM}{r^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{200 \cdot 6 \cdot 10^{24}}{(2 \cdot 10^7)^2} = 200,1 \text{ N}$$

$$32. F_g = \gamma \frac{mM}{r^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{500 \cdot 6 \cdot 10^{24}}{(2,5 \cdot 10^7)^2} = 320,16 \text{ N}$$

$$33. G = m(g + a) = 60 \cdot 11 = 660 \text{ N és } G = m(g - a) = 60 \cdot 8 = 480 \text{ N}$$

$$34. a) G = mg = 650 \text{ N}$$

b) mivel nagyobb a súlya 650 N-nál, ezért felfelé gyorsul, tehát

$$G = m \cdot (g + a) \rightarrow 715 = 65(10 + a) \rightarrow a = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$35. a) G = mg = 750 \text{ N}$$

b) mivel kisebb a súlya 750 N-nál, ezért lefelé gyorsul, tehát

$$G = m \cdot (g - a) \rightarrow 712,5 = 75(10 - a) \rightarrow a = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Körmozgás

36. Egy követ 120 cm hosszú fonál végére erősítve pörgetünk $54 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel, így a fonál 11,25 N erővel húzza. Mekkora a kő tömege?

37. Béla egy 5 m átmérőjű körhintában ül, $7,2 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel forog, és 96 N erővel nyomja az ülés korlátja. Mekkora Béla tömege?

38. Mekkora sebességgel haladhat egy 200 m sugarú kanyarban az az autó, amelynek kereke és az út közti tapadási súrlódási együttható 0,5?

Megoldások 36-38:

$$36. F_{cp} = K \rightarrow m \frac{v_k^2}{r} = K \rightarrow m \frac{15^2}{1,2} = 11,25 \rightarrow m = 0,06 \text{ kg} = 6 \text{ g}$$

$$37. F_{cp} = K \rightarrow m \frac{v_k^2}{r} = K \rightarrow m \frac{2^2}{2,5} = 96 \rightarrow m = 60 \text{ kg}$$

$$38. F_{cp} = F_s \rightarrow m \frac{v_k^2}{r} = mg\mu_0 \rightarrow \frac{v^2}{200} = 10 \cdot 0,5 \rightarrow v = 31,62 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Testek egyensúlya

39. Egy 3 m hosszú egykarú emelőn egy 80 kg tömegű test van 120 cm-re attól a végpontjától, amely körül elfordul. Mekkora erőt kell kifejtenünk az emelő másik végén, ha fel szeretnénk emelni a testet?
40. Béla kertjét szépíti, és egy 120 kg-os követ szeretne felemelni egy 240 cm-es deszkával, annak egyik végét alátámasztva. Hová csúsztassa Béla a követ a deszkán, ha csak 50 kg tömegű terhet képes felemelni?
41. Egy 4 m hosszú kétkarú emelő közepén van alátámasztva. Egyik végétől 80 cm-re elhelyezünk rajta egy 50 kg tömegű testet. Mekkora erőt kell kifejteni az emelő másik végére, hogy felemeljük a testet?
42. Béla és Bella egy 3 m hosszú mérleghintán hintáznak. Béla 70 kg, Bella pedig 50 kg. Bella a döci egyik végére ül.
- a) Hová üljön Béla, hogy egyensúlyban legyenek?
b) Közben megérkezik a kis Béla, aki 45 kg. Béla és Bella kiül a mérleghinta két végére. Hová üljön a kis Béla, hogy a hinta egyensúlyban legyen?
43. Béla egy kerek kútból szeretne felhúzni vizet. A kút lánc egy 16 cm átmérőjű hengerre van felcsévélve, Béla pedig egy 120 cm átmérőjű kereket forgatva húzza fel a vödört, amely a benne lévő vízzel együtt 15 kg. Mekkora erőt kell kifejtenie Bélának?
44. Béla és Bella egy tömlő vizet cipelnek egy, a vállukon tartott rúdra akasztva. A tömlő tömege a vízzel együtt 60 kg, a rúd hossza 160 cm, melynek a végeit támasztják meg a vállukon. Hová helyezték el a tömlőt, ha Bella legfeljebb 210 N erőt szeretne kifejteni?

45. Egy 3,5 m hosszú deszkát szeretnénk kiegyensúlyozni, amelynek egyik végén egy 28 kg-os, másik végén pedig egy 70 kg-os zsák van. Hol támasszuk alá a deszkát, hogy egyensúlyban legyen?

Megoldások 39-45:

39. $F = 320 \text{ N}$

40. $x = 1 \text{ m}$

41. $F = 300 \text{ N}$

42. *a)* a másik végétől 42,86 cm-re *b)* Bella oldalán, 66,67 cm-re a forgástengelytől

43. $F = 20 \text{ N}$

44. Béla vállától 56 cm-re

45. A 70 kg-os testtől 1 m-re

Copy right by Porkoláb Tamás