

# A folyadékok mechanikája

Készítette: Porkoláb Tamás

1. [A folyadékok tulajdonságai](#)
2. [Pascal törvénye, a hidraulikus szajtó](#)
3. [A hidrosztatikai nyomás](#)
4. [Arkhimédész törvénye](#)
5. [A kontinuitási egyenlet](#)
6. [Bernoulli törvénye](#)
7. [A közegellenállás](#)
8. [A felületi feszültség](#)

## 1. A folyadékok tulajdonságai

- a) Nincs önálló alakjuk. Ez azzal magyarázható, hogy részecskéik könnyedén elgördülnek egymáson.
- b) Felveszik a tartóedény alakját, mert a gravitációs erő hatására lefelé igyekeznek elmozdulni a részecskék (energia-minimum elve!) egészen addig, amíg ki nem töltik az edény alján lévő térrészt.
- c) Felszínük vízszintes, ha nyugalomban vannak. Ha nem így lenne, akkor az előző tulajdonság értelmében a magasabban elhelyezkedő részecskék elmozdulnának.
- d) Meghatározott térfogatuk van, összenyomhatatlanok. Ez a részecskék közti erős kölcsönhatással magyarázható, amely taszító jellegű ha a részecskék túl közel kerülnek egymáshoz, és vonzó jellegű ha kissé eltávolodnak egymástól.  
*Kísérlet:* Fecskendőben víz- fecskendőben levegő.
- e) A részecskék közti kölcsönhatás rövid hatótávolságú. Két folyadékcsepp csak akkor tapad össze, ha nagyon közel kerülnek egymáshoz, szinte összeérnek.
- f) A részecskék nem töltik ki hézagmentesen a rendelkezésükre álló teret. Két folyadék keverékének a térfogata kisebb, mint az egyes folyadékok térfogatának összege.  
*Kísérlet:* Bab és mák, alkohol és víz összekeverése.
- g) A részecskék rendezetlen mozgást végeznek. Ezt bizonyítja a Brown-mozgás is.
- h) A folyadékok képesek a diffúzióra. Ez szintén a részecskék rendezetlen mozgásával magyarázható.  
*Kísérlet:* Málnaszörp és víz, káliumpermanganát-oldat és víz, tej és kávé keveredése.

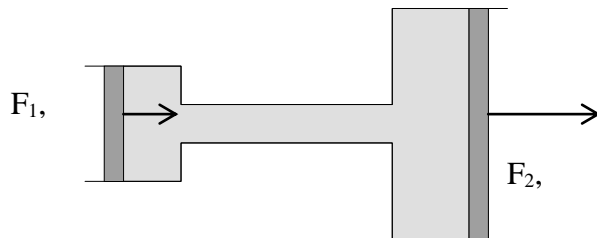
A folyadékok öszenyomhatatlanságából következik Pascal törvénye, mely szerint a nyugvó és súlytalan folyadékban a nyomás mindenütt ugyanakkora és a folyadékra gyakorolt nyomás gyengítetlenül tovaterjed. Ez a nyomás független az iránytól.

*Kísérlet:*

- lombikban a lufi nyomás hatására összehúzódik
- vízbuzogány

A törvényen alapul az ún. hidraulikus sajtó működési elve is.

Pascal törvénye alapján a folyadék nyomása mindkét dugattyúnál egyenlő.



$$p_1 = p_2$$

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{A_2}{A_1}$$

Tehát a hidraulikus sajtó az erő megsokszorozására vagy lecsökkentésére képes. A gyakorlatban is használatos emelőszervezetekben, fékekben és olyan esetekben, amikor erőt kell „továbbítani” távoli helyre.

*Feladatok:*

- 1) Egy hidraulikus sajtó egyik dugattyúja levegőben van, a másik vákuumban. A levegőbeli dugattyú keresztmetszete  $20 \text{ cm}^2$ , a vákuumbelié pedig  $2 \text{ dm}^2$ . Mekkora erővel lehet egyensúlyban tartani a dugattyút?
- 2) Egy hidraulikus sajtó egyik dugattyújának keresztmetszete  $25 \text{ cm}^2$ , a ráható erő  $150 \text{ N}$ . A másik dugattyú keresztmetszete  $1 \text{ dm}^2$ , és ehhez hozzáerősítettünk egy  $2 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}}$  állandójú rugót, melynek másik vége egy falhoz van rögzítve. Hány cm-rel nyomódik össze a rugó?
- 3) Az ábrán látható  $10 \text{ cm}^2$ -es baloldali dugattyúra egy  $10 \text{ g}$ -os egér ül, a jobboldalira pedig egy  $4 \text{ tonnás}$  elefánt. Mekkora a jobboldali dugattyú keresztmetszete, ha az állatok egyensúlyban vannak?



*Tk. 155. old. 1-3.*

*Moór: 590.*

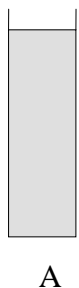
Létezését tapasztalati tények is alátámasztják:

- Ha mélyre merülünk a vízben, erős nyomást érzünk a fülünkben.
- A búvároknak óvatosan kell függőleges irányban mozogniuk a vízben, mert egyébként kezeson betegséget kaphatnak a vérbeli nitrogén-koncentráció gyors megváltozása miatt.
- A mélytengeri halak szinte szétfósznak, ha a felszínre hozzák őket, ugyanis a lenti nagy nyomáshoz szokott szervezetük a fenti kis nyomás kiegyenlítésére törekszik.

A hidrosztatikai nyomás a folyadék súlyából származik. Ennek megfelelően három mennyiségtől függ:

- a folyadék sűrűségétől
- a folyadékoszlop magasságától
- a gravitációs gyorsulás értékétől

Mindez egy rövid számolással is igazolható:



Az edény aljára ható nyomás:

$$p_h = \frac{G}{A} = \frac{\rho_f V g}{A} = \frac{\rho_f A h g}{A} = \rho_f h g$$

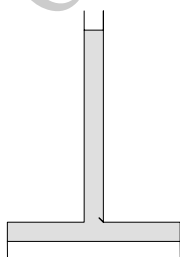
A képletben csak a felsorolt három mennyiség szerepel. Nem szerepel azonban semmilyen, az edény alakjára vonatkozó adat. Teljesen lényegtelen, hogy milyen formájú, csak a folyadékoszlop magasságától függ a nyomás.

Mivel a hidrosztatikai nyomás a folyadék súlyából származik, ezért ha a folyadék súlytalan, nem hat benne ez a nyomás. Ez az eset valósul meg az űrhajón, illetve zuhanó folyadékokban.

*Feladatok:*

1) Egy  $0,8 \text{ m}^2$  keresztmetszetű hosszú üvegcövet függőlegesen a víz alá nyomunk úgy, hogy az alja  $15 \text{ m}$  mélyre kerül és hozzá kívülről egy üveglemez tapad, amely nem engedi befolyjni a vizet. Hány kg-os búvár állhat az üveglemezre, hogy az ne váljon el a cső aljától?

2)



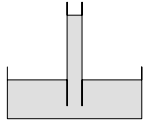
Mekkora erővel lehet megtartani alulról az ábrán látható alsó dugattyút, ha a csőben víz van? A dugattyú keresztmetszete  $4 \text{ dm}^2$ , a vízoszlop magassága  $2 \text{ m}$ ?

3) Egy autó a Dunába zuhant és 6 m mélyre merült le. A vezető ki szeretné nyitni az ajtót, amelynek felülete  $0,6 \text{ m}^2$ . Mekkora erőt kell ehhez kifejtenie? Hogy oldható meg a menekülés?

4) Milyen magas víz ill. higanyoszloppal tart egyensúlyt a légnyomás?

5) Mi történik, ha 10 m-nél magasabbra húzunk ki a vízből egy felül zárt végű csövet?

6)



Mekkora a nyomás az alkohollal teli cső tetején, ha az 1,5 m-rel van az edénybeli szintje felett?  $\rho_{alk} = 0,8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ .

7) U alakú cső alján higany van. Mennyi vizet töltöttünk az egyik szárába, ha a higanyszintek különbsége 2 cm lett?

8) Mekkora sűrűségű folyadékot öntöttünk az U alakú cső egyik szárába, ha az alján lévő higanyszintek 1 cm-rel tolódtak el egymáshoz képest? A csőbe 35 cm magas folyadékoszlopot öntöttünk.

*Tk. 158. old. 1-10.*

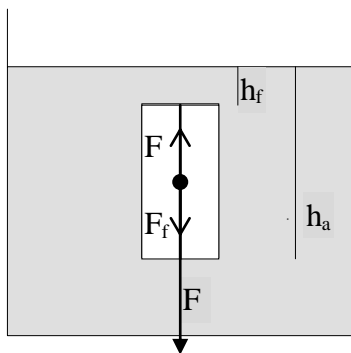
*Moór: 589, 591-593, 601, 602, 597, 598.*

*Faz: 4.1.16, 4.1.21-27, 4.1.41, 4.4.11*

*Szfgy: 9.11, 9.29, 9.30, 9.32-34, 9.57, 9.61*

Arkhimédész a Kr.e. 3. században élt. Már neves tudósnek számított, amikor Héron király megkérte hogy vizsgálja meg az isteneknek ajándékkul készített koronáját: nem kevert-e az ötvös mester ezüstöt az aranyba? Arkhimédész sokáig törte a fejét, hogyan lehetne eldönteni. Egyszer azonban fürdőzés közben hirtelen megvilágosodott előtte a megoldás. A kádba merülve, a felesleges víz kifolyt. Általában: annyi vizet szorítunk ki, mint amekkora térfogatú részünk a vízbe merül. Így van ez más anyagokkal is, pl. az arannyal és az ezüstrrel is. Arkhimédész fogott egy a koronával azonos tömegű színarany ill. egy színezüst tömböt. Az arany sűrűsége nagyobb az ezüsténél, így kevesebb vizet szorít ki. A koronát víz alá merítve azt találta, hogy az aranytömbnél több, az ezüstitömbnél viszont kevesebb vizet szorít ki, tehát a korona a két anyag ötvöze volt. Így bebizonyosodott az ötvös mester bűnössége.

Maga a törvény azonban ennél valamivel bonyolultabb kijelentést fogalmaz meg.



Vizsgáljuk meg, milyen erők hatnak a folyadékba merülő testre!

Lefelé hat a gravitációs erő és a felső lapjára ható hidrosztatikai nyomásból származó erő. Felfelé pedig az aljára ható hidrosztatikai nyomásból származó erő. Az oldallapokra ható erők kiegyenlítik egymást.

$$\begin{aligned} F_e &= F_g + F_f - F_a = mg + p_f A - p_a A = \\ &= \rho_t V g + \rho_f g h_f A - \rho_f g h_a A = \rho_t V g - \rho_f g A (h_a - h_f) = \\ &= \rho_t V g - \rho_f g V \end{aligned}$$

Ebből látszik, hogy a testre hat egy a gravitációs erővel ellentétes irányú erő. Ezt felhajtóerőnek nevezzük.

$$F_{fel} = \rho_f g V = \rho_f g V_{kisz} = m_{kisz} g = G_{kisz}$$

Ez pedig azt jelenti, hogy a felhajtóerő egyenlő a test által kiszorított folyadék súlyával.

Érdeemes megvizsgálni az eredő erőre kapott eredményt, amelynek iránya láthatóan attól függ, hogy a test és a folyadék sűrűsége hogyan viszonyul egymáshoz.

$$F_e = (\rho_t - \rho_f) V g$$

$$\rho_t > \rho_f$$

$$F_e > 0$$

$$F_g > F_{fel}$$

A test elmerül.

$$\rho_t = \rho_f$$

$$F_e = 0$$

$$F_g = F_{fel}$$

A test lebeg a folyadékban.

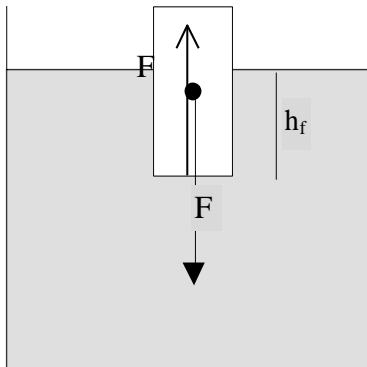
$$\rho_t < \rho_f$$

$$F_e < 0$$

$$F_g < F_{fel}$$

A test fel-emelkedik a folyadék felszínére.

A legérdekesebb a fenti három eset közül, amikor a test felemelkedik a felszínre, mert sűrűsége kisebb a folyadékénál. Miután felért és egyensúlyba került, úszni fog a folyadékban.



$$F_e = F_g - F_a = mg - p_a A = \rho_t V_t g - \rho_f g h_a A = \\ = \rho_t V_t g - \rho_f g V_{bem}$$

Itt is észrevehető, hogy a testre hat egy a gravitációs erővel ellentétes irányú erő, amelyet most is felhajtóerőnek nevezünk.

$$F_{fel} = \rho_f V_{bem} g = \rho_f V_{kisz} g = m_{kisz} g = G_{kisz}$$

Ismét egyenlő a kiszorított folyadék súlyával.

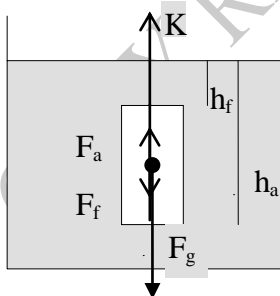
Most már megfogalmazhatjuk Arkhimédész törvényét, melyet gázok esetére is általánosíthatunk.

**Arkhimédész törvénye:** Minden folyadékba vagy gázba merülő testre felhajtóerő hat, amelynek nagysága egyenlő a test által kiszorított folyadék vagy gáz súlyával.

Vannak speciális esetek, amikor nem hat a felhajtóerő:

- Ha a folyadék súlytalan, akkor a törvény szerint a felhajtóerő 0.
- Ha a test az edény alján van és nem folyik be alá víz, akkor csak lefelé hatnak rá erők: a gravitációs erő és a felülről ható, hidrosztatikai nyomásból származó erő. Így a test nem emelkedik a felszínre.

A törvényt úgy is szokás megfogalmazni, hogy a folyadékba merülő test súlya annyival csökken, mint az általa kiszorított folyadék súlya. Igaz-e ez az állítás? Ha a testet meg akarjuk tartani pl. egy zsinóron, akkor:



Az egyensúly miatt:

$$F_g - F_{fel} - K = 0$$

$$K = F_g - F_{fel}$$

$$G' = G_{lev} - G_{kisz}$$

Vagyis a test súlya folyadékba merítve annyival csökken, mint az általa kiszorított folyadék súlya.

Ha most megvizsgáljuk az úszás esetére felírt egyenletet:

$$F_e = \rho_t V_t g - \rho_f V_{bem} g = 0 \quad (\text{az egyensúly miatt})$$

$$\rho_t V_t g = \rho_f V_{bem} g$$

$$\frac{V_{bem}}{V_t} = \frac{\rho_t}{\rho_f}$$

Tehát a test térfogatának akkora része merül a folyadékba, mint ahányad része a test sűrűsége a folyadék sűrűségének. Speciálisan, ha a test hasáb vagy henger, akkor térfogata:  $V=Ah$ , és ebben az esetben:

$$\frac{h_{bem}}{h_t} = \frac{\rho_t}{\rho_f}$$

A hétköznapiak során is sokszor találkozunk a törvény megnyilvánulásával.

- A strandon, ha teleszívjuk tüdönket levegővel, „lebegünk” a víz tetején, ha kifűjük a levegőt, akkor elsüllyedünk. Ha megemelünk valakit a vízben, jóval könnyebbnek érezzük, mint levegőben.
- A hajók nem süllyednek el, pedig a testüket alkotó vas sűrűsége nagyobb a vízénél. Az általuk kiszorított víz térfogata viszont óriási, így a rájuk ható felhajtóerő is.
- A tengeralattjárók a tartályaikban lévő víz mennyiségével szabályozzák tömegüket, így a gravitációs erő felhajtóerőhöz való viszonyát is. Ha a tartályokban sok a levegő, a tengeralattjáró felfelé mozog, ha kevés, akkor lefelé.
- A levegőben a léggömbök, hőlégballonok, léghajók is a felhajtóerő segítségével emelkednek fel.

*Kísérletek:*

- arkhimédészi hengerpár
- szappanbuborékok úszása CO<sub>2</sub>-n
- alkohol fokmérő
- vízben úszó mérleg (mint az alkohol fokmérő)
- Cartesius búvár
- gyertyás léghajó

*Feladatok:*

*A) Súlycsökkenéssel kapcsolatos feladatok*

- 1) Egy test súlya levegőben 120 N, vízben 80 N. Mekkora a térfogata és a sűrűsége?
- 2) Egy test tömege 6 kg, térfogata 1,2 dm<sup>3</sup>. Ismeretlen folyadékba mártva súlya 51 N. Mekkora a folyadék sűrűsége?
- 3) Mekkora a 100 cm<sup>3</sup> térfogatú vasdarab súlya alkoholban?  $\rho_{vas} = 7,8 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ ,  $\rho_{alk} = 0,8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$
- 4) Egy 500 cm<sup>3</sup> térfogatú test súlya vízben 15 N. Mekkora a test tömege?

Moór: 608- 614, 616, 617, 619, 620, 625, 630, 634

Faz: 4.1.30-33, 4.1.35-36, 4.1.38-39, 4.1.44-46, 4.1.48, 4.4.5, 4.4.12

Szfgy: 9.37-38, 9.41

B) Úszással kapcsolatos feladatok

- 5) A  $0,8 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$  sűrűségű tölgyfa térfogatának hányad része merül a víz alá úszáskor?
- 6) A higanyban úszó vasdarabnak hányad része lóg ki a folyadékából?  $\rho_{\text{Hg}} = 13,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ .
- 7)  $900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  sűrűségű folyadékon 15 kg tömegű test úszik. Mekkora a bemerülő részének térfogata?
- 8) Higany tetején  $0,5 \text{ m}^3$  térfogatú tölgyfadarab úszik. Mekkora a felszín feletti részének térfogata?

Moór: 622, 627, 631

Faz: 4.1.28, 4.1.34, 4.4.8, 4.4.16-17,

Szfgy: 9.42-43, 9.46, 9.52

C) Úszó test terhelésével kapcsolatos feladatok

- 9) Vízen úszó  $600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  sűrűségű fenyődeszkára 60 kg tömegű ember áll. Mekkora a deszka bemerülő részének térfogata?
- 10) Higany felszínén úszó vaslapra ismeretlen tömegű ember áll. A vaslap területe  $1,5 \text{ m}^2$ , magassága 20 cm, melyből 12 cm merül a higanyba. Mekkora a rajta álló ember tömege?
- 11) Mekkora terhet bír el legfeljebb a  $300 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  sűrűségű parafatutaj a vizen, ha alapterülete  $2 \text{ m}^2$ , vastagsága pedig 30 cm?
- 12) 120 kg tömegű,  $0,8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  sűrűségű tutaj ismeretlen folyadékon úszik. A tutajra rááll egy 60 kg tömegű ember, így a tutaj térfogatának 80%-a merül a folyadékba. Mekkora a folyadék sűrűsége?
- 13) Milyen vastag jégtábla képes megtartani egy 80 kg-os embert a vizen, ha alapterülete  $5 \text{ m}^2$ ?
- 14)  $0,8 \text{ m}^3$  térfogatú fadarab úszik a vizen. Rááll egy 50 kg-os gyerek és így térfogatának 60%-a merül a felszín alá. Mekkora a fa sűrűsége?
- 15) Mekkora sűrűsége annak a  $20\text{m} \times 10\text{m} \times 50\text{cm}$ -es tutajnak, amely képes megtartani a vizen tíz 3 t-ás elefántot?

Moór: 623, 624, 626, 628, 632, 633

Tk: 161. old. 10.

Faz: 4.1.29-30, 4.1.37

Szfgy: 9.44



D) Rugóval az edény aljához rögzített testek

- 16) Egy  $1,5 \text{ dm}^3$  térfogatú alumínium hengert rögzítünk vízben a rugóhoz.  $D=2 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ . Mekkora a rugó összenyomódása?  $\rho_{Al} = 2,7 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$
- 17) Egy  $2 \text{ dm}^3$  térfogatú levegővel teli gumilabdát rögzítünk vízben a rugóhoz.  $D=5 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ . Mekkora a rugó megnyúlása, ha a gumi tömege 20 dkg, a labdában lévő levegő nyomása pedig 2 bar?
- 18) Higanyal teli edényben ismeretlen sűrűségű,  $800 \text{ cm}^3$  térfogatú testet rögzítünk a rugóhoz, amely 8 mm-rel nyúlik meg.  $D=10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ . Mekkora a test sűrűsége?
- 19) Vízben lévő vastömb 3,4 mm-rel nyomja össze a  $D=10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}}$  állandójú rugót. Mekkora a vas térfogata?
- 20) Vízben lévő  $3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  sűrűségű, 60 kg tömegű gránittömb 2 cm-rel nyomja össze a rugót. Mekkora a rugóállandó?
- 21) Ismeretlen sűrűségű 25 kg-os testet  $0,8 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$  sűrűségű folyadékban rugóhoz rögzítünk.  $D=5 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ , a rugó megnyúlása 2 mm. Mekkora a test térfogata és sűrűsége?

Moór: 621

Faz: 4.1.42-43

Szfgy: 9.35

E) Kétkarú mérlegen függő, folyadékba mártott testek

- 22) 200 g tömegű gyémánt golyó kétkarú mérleg egyik oldalán vízbe mártunk. Mekkora tömeggel lehet a másik oldalon kiegyensúlyozni?  $\rho_{gyém} = 3,5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$
- 23) Kétkarú mérleg egyik oldalán függő  $100 \text{ cm}^3$  térfogatú alumíniumgolyót alkoholba mártunk. Mekkora tömegű testtel lehet kiegyensúlyozni a másik oldalon.
- 24) Kétkarú mérleg egyik oldalán függő  $150 \text{ cm}^3$  térfogatú ón darabot ismeretlen folyadékba mártunk. Így a testet egy 1005 g-os másik testtel lehet kiegyensúlyozni. Mekkora a folyadék sűrűsége?  $\rho_{ón} = 3,5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$
- 25) Egy  $50 \text{ cm}^3$  térfogatú platina csavart kétkarú mérleg egyik oldalán vízbe mártunk. A másik oldalon 1,02 kg-os testtel lehet egyensúlyban tartani a mérleget. Mekkora a csavar térfogata?  $\rho_{plat} = 21,4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

26) Egy  $50 \text{ cm}^3$  térfogatú aranyláncot alkoholba mártunk. A kétkarú mérleg másik oldalán egy  $590 \text{ cm}^3$  -es kalcium darabbal lehet kiegyensúlyozni. Mekkora az arany sűrűsége?

$$\rho_{Ca} = 1,55 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

27) Kétkarú mérleg egyik karján  $20 \text{ cm}^3$  térfogatú platina darab merül higanyba, másik karján pedig  $50 \text{ cm}^3$  térfogatú titán merül vízbe. Merre billen el a mérleg?  $\rho_{Ti} = 1,55 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$

F) Részlegesen folyadékba merített testek

28) 100 g-os üveggolyót zsinóron tartva vízbe lógatunk úgy, hogy térfogatának feléig merül el.

Mekkora erő feszíti a fonalat?  $\rho_{\text{üveg}} = 2,5 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$

29) Tölgyfa tutajt emelnek ki daruval a vízből. Miközben  $500 \text{ dm}^3$ -nyi része merül a vízbe,  $11000 \text{ N}$  erővel kell tartania a darunak. Mekkora a tutaj tömege és térfogata, ha

$$\rho_{\text{tölgy}} = 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

30) Egy óriási rugóval  $180 \text{ kg}$ -os vasbeton gerendát emelnek ki a vízből. Hatására egy  $D=10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}}$  állandójú rugó  $1,2 \text{ cm}$ -rel nyúlik meg. Mekkora a gerenda térfogata és hányad része merül a vízbe?

31) Kétkarú mérleg egyik oldalán egy  $1,5 \text{ dm}^3$  térfogatú hengert  $2/3$  részéig alkoholba merítünk. A mérleg túloldalán  $5 \text{ kg}$  tömegű testtel tudunk kiegyensúlyozni. Mekkora a henger sűrűsége és tömege?

Moór: 615

G) Gázba merülő testek

Faz: 4.1.49-51, 4.4.12, 4.4.13

Szfgy: 9.8

H) Gondolkodtató feladatok

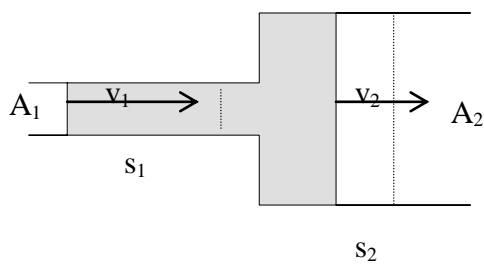
Faz: 4.4.15, 4.4.18

Szfgy: 9.9, 9.12-14

I) Egyéb feladatok

Moór: 629, 635-640

A hétköznapi életben is gyakran találkozunk e törvény megnyilvánulásával. A folyók sebessége a szűkületeknél megnő, kiszáradáskor lecsökken. Öntözéskor gyakran összeszorítjuk a cső végét, hogy a nagyobb sebességgel kiáramló víz távolabbra jusson. A tűzoltó fecskendő vége is ezért vékonyodik el. A csapból kifolyó vízszugár elkeskenyedik, hogy a gravitációs erő hatására megnő a sebessége. Huzat esetén a résnyire nyitott ablakoknál süvít a levegő a gyors áramlás miatt, míg a szobában lelassul, és alig érezzük mozgását.



Ha az ábrán látható baloldali dugattyúra nyomást gyakorlunk, és az  $v_1$  sebességgel elmozdul, akkor Pascal törvénye értelmében a jobboldali dugattyú is. A folyadék térfogata állandó, tehát a baloldaltól eltolt térfogat a jobb oldalon megjelenik.

$$A_1 \cdot s_1 = A_2 \cdot s_2$$

$$A_1 \cdot \frac{s_1}{t_1} = A_2 \cdot \frac{s_2}{t_2}$$

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$$

Ez a kontinuitási egyenlet. Tehát az áramló folyadék keresztmetszete és sebessége fordítottan arányos, ha a sebesség a folyadék egy adott pontjában időben állandó, azaz az áramlás stacionárius. A törvény lassan áramló gázokra is igaz.

*Feladatok:*

- 1) Egy tűzoltó fecskendő keresztmetszetén másodpercenként 30 l víz áramlik át. Mekkora sebességgel hagyja el a fecskendő 20 cm<sup>2</sup>-es nyílását?
- 2) Egy csapból percenként 10 l víz folyik ki. Végének keresztmetszete 1 cm<sup>2</sup>. Mekkora sebességgel folyik ki rajta a víz? Mekkora a vízszugár keresztmetszete 0,5 m-rel lejjebb?

*Moór: 603, 604 ; Faz: 4.1.58, 4.1.59*

Az energia megmaradásának törvénye alapján levezethető a következő összefüggés, mely stacionáriusan áramló folyadékokra, valamint ki sebességű gázokra igaz:

$$\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho gh + p = \text{áll.}$$

Ebből leolvasható többek közt, hogy egy adott magasságban az áramló folyadék vagy gáz nyomása a sebesség növekedésével csökken és fordítva. Erre számos hétköznapi példát fel lehet sorolni.

- a) Papírlap közé fújva, a lapok összetapadnak
- b) Tölcsérből lehetetlen kifújni a ping-pong labdát
- c) Porszívó csövén kiáramló levegőben ott marad a ping-pong labda
- d) Egymás mellett nagy sebességgel elhaladó járművek szinte „vonzák egymást”
- e) A vonat egyik ablakán kidobott test könnyen visszaköszön egy következő ablakban
- f) Házak tetején a szél megemeli a cserepeket
- g) A hajlakkszóró és a porlasztó is ezen az elven működik
- h) A repülőgépek sebességét mérő Pitot-Prandtl cső a nyomáskülönbség segítségével méri a sebességet
- i) Ha két korong közé fűjjük a levegőt az egyikbe torkolló csövön keresztül, akkor egymáshoz tapadnak
- j) A Bunsen égőben áramló gáz kisebb nyomású a levegőnél, ezért a csövén lévő kis lyukon keresztül benyomul az oxigéndús levegő és táplálja az égést

Ezen példák mindegyikében a nyugvó levegő nyomása nagyobb az áramló levegőénél, így az adott testet a kisebb nyomás felé mozdítja el. Vízben is megmutatkozik a törvény, pl. amikor a mosogató félig tele van vízzel és a befolyó víz maga alatt tartja a kisebb ételmaradékokat. Ugyanez a helyzet a vízesésnél pl. a fadarabokkal.

A közegellenállással nap mint nap szembe kell néznünk. Igaz ez kerékpározás, autózás vagy repülés esetén is. Igaz amikor víben gyorsabban akarunk mozogni, és igaz amikor belekap esernyőnkbe a szél. Ezzel szembesül az ejtőernyős és a bűvár is. Egy közegben való mozgás során ugyanis a mozgó test folyamatosan ütközik a közeg sok milliárdnyi részecskéjével, ez pedig csökkenti a lendületét. A sebesség megtartásához erőt kell kifejteni.

Mitől függ vajon a testre ható közegellenállási erő?

- a test alakjától
- a homlokfelület nagyságától
- a közeg sűrűségétől
- a test sebességétől

A konkrét összefüggés a következő:  $F = k\rho Av^2$ , ahol  $k$  a test alakjától függő állandó,  $\rho$  a test sűrűsége,  $A$  a homlokfelület nagysága,  $v$  pedig a test sebessége.  $k \leq 1$ .

Alak	Körlap	Gömb	Domború félgömb	Homorú félgömb	Csepp
$k$	0,555	0,225	0,17	0,665	0,025

Az autógyárak az áramvonalasabb alak elérése érdekében jégből kifaragják az autó körülbelüli alakját, majd meleg levegő áramába helyezik. Az áramló levegő ott olvasztja meg leghamarabb a jégtömböt, ahol a legnagyobb ellenállásba ütközik.

*Feladatok:*

- 1) Mekkora sebességgel esik a 10 cm sugarú labda levegőben?  $\rho_{lev} = 1,29 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ .
- 2) Mekkora sebességgel esik a gömb alakú esőcsepp a levegőben?

*Tk. 171. old.*

*Kísérletek:*

- 1) Szappanhártya összehúzódása mozgó drótkeretben
- 2) Cérna kifeszítése kör alakúra szappanhártyával
- 3) Állóhullámok szappanhártyán
- 4) Szappanhártya különböző drótkeretekben
- 5) Higanycsepp üveglapon
- 6) Vízcsepp a hajszálcső végén
- 7) Vízen úszó penge, pénzdarab
- 8) Vízen úszó tűzfillérek
- 9) Szappanhajtású csónak

Mi a magyarázata vajon a fenti kísérleteknek? Miért viselkedik a folyadék felszíne rugalmas hártyaként? A válasz a részecskék világába vezet. Először célszerű tisztázni néhány alapfogalmat.

*Kölcsönhatási energia:* A kölcsönhatásokban résztvevő részecskék, testek egymás „fogságában” vannak. Ahhoz, hogy innen kiszabadulhassanak, akkora energiájuknak kell lenni, amely ezt a kölcsönhatást képes leküzdeni. Ez általában mozgási energia. A kiszabaduláshoz szükséges energia nagyságát elnevezzük kölcsönhatási energiának. Előjele azonban negatív, hiszen pozitív mozgási energiával küzdhet le. A kölcsönhatási (kötési) energiát kell leküzdeni molekulabeli atomok szétszakításakor, elektronnak az atomból való eltávolításakor, atommagok széthasításakor, űrhajók világűrbe lövésekor.

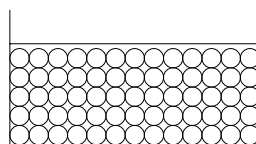
*Szabad részecske, szabad állapot:* Olyan részecske (állapot), amelynek összenergiája pozitív.

*Kötött részecske, kötött állapot:* Olyan részecske (állapot), amelynek összenergiája negatív.

A fenti definíciókban az összenergián a mozgási (szabad) energia és a kölcsönhatási (kötött) energia összegét kell érteni. Mi köze mindennek a folyadék felszíni problémáihoz?

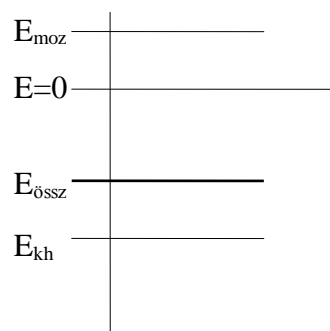
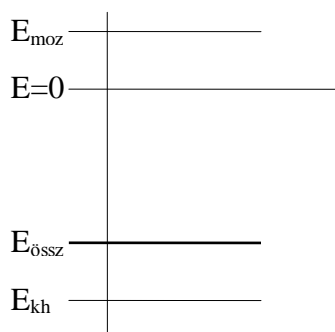
A folyadék belsejében lévő részecskéket több szomszéd veszi körül, mint a felszíniet. Ennek következtében nagyobb a kölcsönhatási energiájuk, azaz összenergiájuk kisebb.

Az energiamegmaradás elve alapján minden részecske, test és rendszer a legkisebb energiájú állapot elérésére törekszik, így a folyadék részecskéi is. Ez pedig azt jelenti, hogy minden részecske a folyadék belsejébe szeretne kerülni, vagyis a felszín a lehető legkisebbre igyekszik összehúzódni. Emiatt viselkedik rugalmasan.



Belső folyadékrészecskék

Felszíni folyadékrészecskék



$$E_{\text{össz}}^b = E_{\text{mozg}} + E_{\text{kh}}^b$$

$$E_{\text{össz}}^f = E_{\text{mozg}} + E_{\text{kh}}^f$$

$$E_{\text{össz}}^b < E_{\text{össz}}^f$$

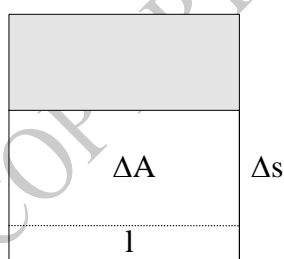
A felszín növeléséhez részecskéket kell a folyadék belsejéből a felszínre vinnünk. Eközben energiájukat növelnünk kell, tehát energiát kell befektetnünk.

Mitől függ a folyadék felszínének növeléséhez szükséges energia nagysága?

- a folyadék anyagi minőségétől
- a felszínre vitt részecskék számától; mivel ez arányos a felszínnel, ezért a felszín növekedésének nagyságától

$$E = \alpha \cdot \Delta A$$

$\alpha$ : felületi feszültség;  $[\alpha] = \frac{\text{J}}{\text{m}^2}$ . Azt mutatja meg, hogy a folyadékfelszín  $1 \text{ m}^2$  való növelését mekkora munka árán tudjuk elérni.



Mekkora erő szükséges a folyadékhártya megnyújtásához?

$$\left. \begin{aligned} E &= W = \alpha \cdot 2 \cdot \Delta A = \alpha \cdot 2 \cdot l \cdot \Delta s \\ W &= F \cdot \Delta s \end{aligned} \right\} \Rightarrow F = 2 \cdot \alpha \cdot l$$

A 2-es szorzó azért szükséges, mert a hártyának mindkét oldala megnyúlik, tehát két oldalon kerülnek újabb részecskék a felszínre.

A felületi feszültség a részecskékre ható erők alapján is értelmezhető. Képzeljünk el egy nagyon vékony fonalat a folyadék felszínén. A fonal nyugalomban van, mert mindkét oldalról ugyanakkora erővel hatnak rá a részecskék. Ha az egyik oldalról eltávolítjuk a részecskéket, akkor az egyensúly megőrzéséhez ugyanakkora erővel kell tartanunk, mint amekkoráig eddig a részecskék hatottak a fonalra. Ez az erő egyrészt attól függ, hogy hány részecske tapad a fonalhoz, ami arányos a fonal hosszával. Másrészt a folyadék anyagi minőségétől.

$$F = 2 \cdot \alpha \cdot l$$

A 2-es szorzóra azért van szükség, mert a fonal mindkét oldalán kölcsönhatásban van a folyadék részecskéivel.

Felmerülhet a kérdés, hogy mitől függ egy adott folyadék felületi feszültsége:

- a folyadék hőmérsékletétől, magasabb hőmérsékleten kisebb
- a folyadék felszínével érintkező másik anyag minőségétől

A különböző mosó és mosogató szerek csökkentik a víz felületi feszültségét. Emiatt oldódik benne jobban a zsír.

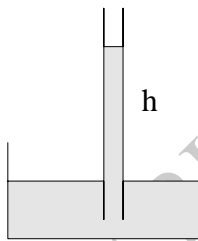
Néhány folyadék felületi feszültsége levegőre vonatkoztatva:

Folyadék	víz	higany	ét- olaj	petróle- um
Felületi feszültség ( $10^{-2}$ N/m)	7,29	4,91	3,3	2,7

A felületi feszültség segítségével két gyakorlati problémára is könnyedén megadhatjuk a választ

- A) Milyen magasra emelkedik a hajszálcsőben a folyadék?  
 B) Mekkora folyadékcsepp jöhet létre egy cső végén?

A) Milyen magasra emelkedik a hajszálcsőben a folyadék?



$$F_{ff} = F_g$$

$$\alpha \cdot 2r\pi = \rho \cdot r^2 \pi \cdot h \cdot g$$

$$h = \frac{2 \cdot \alpha}{\rho \cdot r \cdot g}$$

Felfoghatjuk a problémát úgy is, hogy a hajszálcsőben lévő folyadékoszlopot a felületi feszültségből származó erő tartja meg felszíne és az edény találkozási vonala mentén.

A képlet alapján tehát a folyadék magasabbra emelkedik, ha kisebb a sűrűsége, ha kisebb a hajszálcső sugara és ha nagyobb a folyadék felületi feszültsége.

B) Mekkora folyadékcsepp jöhet létre egy cső végén?



$$F_{ff} = F_g$$

$$\alpha \cdot 2r\pi = \rho \cdot V \cdot g$$

$$V = \frac{\alpha \cdot 2r\pi}{\rho \cdot g}$$

A folyadékcseppet a csővel való találkozási vonalánál fellépő felületi feszültségből származó erő tartja meg.



*Feladatok:*

*A) Úszó korong: Moór: 641, 646/b ; Faz: 4.1.56*

*B) Drótkeret: Moór: 642-644 ; Faz: 4.1.54*

*C) Test kiszakítása folyadékból: Faz: 4.1.55, 4.1.57*

*D) Hajszálcső: Moór: 645, 646/d*

*E) Cseppentés: Szfgy: 9.53*

*F) Cseppek egyesítése, szétszakítása: Moór: 646/c*

COPY RIGHT BY PORKOLÁB TAMÁS