

Gázok

Készítette: Porkoláb Tamás

1. Alapfogalmak
2. Az ideális gáz nyomása, a Boyle-Mariotte törvény
3. A hőmérséklet
4. Gay-Lussac I. törvénye
5. Gay-Lussac II. törvénye
6. Az állapotegyenlet
7. Az ideális gáz energiája
8. Az I. főtétel
9. Az izochor állapotváltozás
10. Az izobár állapotváltozás
11. Az izoterm állapotváltozás
12. Az adiabatikus állapotváltozás
13. A termodinamika II. főtétele
14. A termodinamika III. főtétele

1. Alapfogalmak

Ideális gáz: - pontszerű részecskékből áll

- a részecskék viszonylag távol vannak egymástól
- a részecskék rugalmasan ütköznek egymással
- a részecskék az ütközések közt egyenes vonalú egyenletes mozgást végeznek
- a részecskék közt az ütközésen kívül más kölcsönhatás nincs

Az ideális gázok tulajdonságai:

- nincs önálló alakjuk
- nincs állandó térfogatuk
- a súlytalan gáz nyomása minden pontjában egyenlő (Pascal törvénye)

Anyagmennyiség (mólok száma):

Jele: n

$[n]=1$ (mol)

1 mol annyi részecskét tartalmaz, mint ahány atomot 12g 12-es tömegszámú szénizotóp.

N : a részecskék száma

N_A : Avogadro-szám: $6,022 \cdot 10^{23} \frac{1}{mol} \approx 6 \cdot 10^{23} \frac{1}{mol}$

$N = N_A \cdot n$

Moláris tömeg: 1 mol gáz tömege

Jele: M

$$[M] = 1 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ vagy } 1 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$$

$$m = n \cdot M$$

Moláris térfogat: 1 mol gáz térfogata

Jele: V_m

$$[V_m] = 1 \frac{\text{dm}^3}{\text{mol}} \text{ vagy } 1 \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$$

$$V = n \cdot V_m$$

Normálállapot: $t=0^\circ\text{C}$, $p=101325 \text{ Pa}$

Ebben az állapotban bármely ideális gázra: $V_m=22,41 \text{ dm}^3$

Állapothatározók: olyan mennyiségek, amelyekkel a gázok állapota jellemezhető

- extenzív állapothatározók: a folyamatok során összeadódó mennyiségek (pl. m , E_b , V)
- intenzív állapothatározók: a folyamatok során kiegyenlítődő mennyiségek (pl. ρ , p , t)

Az ideális gázoknál használatos állapothatározók: p , V , T .

Egy állapotváltozás

- izoterm, ha $T=\text{áll.}$
- izochor, ha $V=\text{áll.}$
- izobár, ha $p=\text{áll.}$

2. Az ideális gáz nyomása, a Boyle-Mariotte törvény

A pV szorzat adott hőmérséklet mellett állandó. Tehát az ideális gázok nyomása és térfogata állandó hőmérséklet esetén fordítottan arányos. Ez a Boyle-Mariotte törvény.

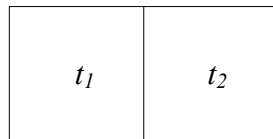
Következmény:

Mivel $pV = p \frac{m}{\rho} = \text{állandó}$, ezért $\frac{p}{\rho} = \text{állandó}$, tehát állandó hőmérséklet mellett az ideális gázok nyomása és térfogata egyenesen arányos.

3. A hőmérséklet

Tapasztalati tény: a termikus kölcsönhatásban lévő rendszerek hőmérsékletei kiegyenlítődnek.

Tekintsünk két gázzal teli tartályt, amelyek hőátteresztő fallal vannak elválasztva.



Ha az egyensúly beáll, akkor $t_1=t_2$.

Ha több ilyen módon kapcsolatban lévő tartályunk van, akkor:



Az egyensúly beállta után: $t_1=t_2=t_3=...=t_n$.

Ha egy tartályt képzeletbeli kis cellákra bontunk és a cellák méretét egyre csökkentjük, akkor is elmondható, hogy egyensúly esetén hőmérsékletük azonos lesz. A cellák méretét akármilyen kicsire csökkenthetjük, így kijelenthető, hogy egy egyensúlyi rendszer minden pontjában egyenlő a hőmérséklet. Ez a termodinamika 0. főtétele.

A hőmérséklet mérése:

Felhasználható tapasztalati tények:

- a termodinamikai kölcsönhatásban lévő testek hőmérsékletei kiegyenlítődnek
- a testek fizikai tulajdonságai függenek a hőmérséklettől (pl. térfogat, elektromos ellenállás, kontaktpotenciál)
- vannak jól reprodukálható hőmérsékletek

A Celsius-féle hőmérő (1742):

- Alappontjai: - a jég olvadáspontja (0 °C)
- a víz forráspontja (100 °C)

A két alappont közti részt Celsius 100 egyenlő részre osztotta.

A Kelvin-féle hőmérsékleti skála (1852):

Kelvin 0 fokként az elméleti számítások eredményeként kapott legkisebb hőmérsékleti határt választotta, ami $-273,15\text{ °C} \approx -273\text{ °C}$. A skála egysége azonos a Celsius-féle skálával. Tehát 1 K foknyi hőmérsékletváltozás ugyanannyi, mint 1 °C-nyi.

A higanytöltésű hőmérők csak -39 °C és $+357\text{ °C}$ között használhatók (olv. pont - forr. pont).

Alacsony hőmérsékletek mérésére szerves folyadékokat használnak (pl. amilalkohol -110 °C és $+135$ közt, izopentán -195 °C és $+35\text{ °C}$ közt).

Magas hőmérsékletek esetén pedig gázhőmérőket vagy fémeket alkalmaznak. Az utóbbiak, mint bimetalhőmérők, ellenállás-hőmérők vagy termoelemek nyújtanak információt a hőmérsékletről.

Néhány érdekes hőmérséklet:

cseppfolyós levegő:	-190 °C	gáztűzhely lángja:	1600 °C
25 km magasban:	-70 °C	a robbanómotorban:	2000 °C
amikor a vas izzani kezd:	500 °C	a lámpa izzószála:	2300 °C
gyertyaláng:	1000 °C	a Nap felszíne:	6000 °C
széntűz a kályhában:	1400 °C	a Nap centruma:	20 millió °C
folyékony üveg:	1370 °C	atomrobbanás centruma:	3 millió °C

4. Gay-Lussac I. törvénye

Állandó nyomás esetén az ideális gázok térfogata és abszolút hőmérséklete egyenesen arányos. Tehát $\frac{V}{T} = \text{állandó}$, ha $p = \text{állandó}$.

5. Gay-Lussac II. törvénye

Állandó térfogat esetén az ideális gázok nyomása és abszolút hőmérséklete egyenesen arányos. Tehát $\frac{p}{T} = \text{állandó}$, ha $V = \text{állandó}$.

6. Az állapotegyenlet

Összefoglalva: $\underline{pV = nRT}$ vagy $\underline{pV = NkT}$.

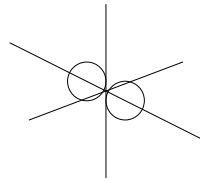
Ez az ideális gázok állapotegyenlete.

7. Az ideális gáz energiája

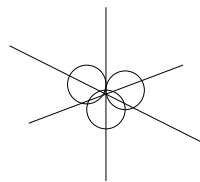
Szabadsági fokok: számuk azt mutatja meg, hogy hány független adattal írható le egy részecske mozgása. Ez függ attól, hogy hány atomos gázzal van szó. Jele: f .

Egyatomos gázok: Mivel csak haladó mozgást végezhetnek a tér három irányába (mivel pontszerűek a részecskék, így forgó mozgásuk nem kerülhet szóba), így energiájuk az egyes irányokba eső mozgási energiák összege lesz. Tehát $f=3$.

Kéttomos gázok: Itt a három térbeli irányba való elmozdulás mellett figyelembe kell venni a molekulák forgását is. A tengelye körüli forgása azonban nem vehető észre, tehát csak két forgási tengely kerülhet szóba. Így e kétféle mozgás alapján: $f=5$.



Többatomos gázok: Ebben az esetben a három irányba történő haladás mellett mindhárom tengely körüli forgást is figyelembe kell venni, hiszen bármelyikre vonatkoztatva van kiterjedése a molekulának. Ez egyedül a lineáris molekulákra nem igaz. Tehát általában $f=6$, lineáris molekulákra $f=5$.



A részecskék energiája:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{2}kT, \quad \varepsilon_y = \frac{1}{2}kT, \quad \varepsilon_z = \frac{1}{2}kT$$

Tehát az egyatomos ideális gáz minden szabadsági fokára időátlagban ugyanannyi energia jut, nevezetesen: $\frac{1}{2}kT$. Ezt általánosíthatjuk többatomos gázokra is, és így már kimondható

az ekvipartíció tétele: Az ideális gáz minden szabadsági fokára időátlagban ugyanannyi - $\frac{1}{2}kT$ - energia jut.

Ha egy részecske szabadsági fokainak száma f , akkor összes energiája: $\varepsilon = \frac{f}{2}kT$.

Ha a tartályban N számú részecske van, akkor a gáz összes energiája: $E = \frac{f}{2}NkT$.

Vagy: $E = \frac{f}{2}nRT$.

Ezt szokás a gáz belső energiájának nevezni. Amint a képletből látható, ez csak a részecskék számától és a hőmérséklettől függ. Egy adott gáz esetén (tehát, ha $N=áll.$) csak a hőmérséklettől. Tehát: *ha a gáz hőmérséklete nem változik, akkor belső energiája is állandó!*

A gáz belső energiájának megváltozása:

a) Ha részecskéket nem engedünk ki a tartályból és a hőmérséklet változik

$$\Delta E = E_2 - E_1 = \frac{f}{2} NkT_2 - \frac{f}{2} NkT_1 = \frac{f}{2} Nk\Delta T$$

b) Ha állandó hőmérséklet mellett részecskéket engedünk ki a tartályból

$$\Delta E = E_2 - E_1 = \frac{f}{2} N_1 kT - \frac{f}{2} N_2 kT = \frac{f}{2} \Delta NkT$$

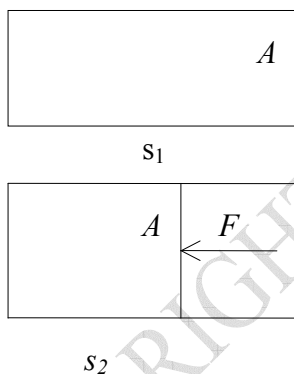
c) Ha a hőmérséklet és a részecskék száma is változik

$$\Delta E = E_2 - E_1 = \frac{f}{2} N_2 kT_2 - \frac{f}{2} N_1 kT_1$$

8. Az I. főtétel

Az ideális gázok belső energiája kétféle úton változtatható meg: *hőközléssel* (melegítjük vagy lehűtjük) és *munkavégzéssel* (összenyomjuk vagy lehűtjük).

Az utóbbi esetet csak állandó nyomás mellett vizsgáljuk.



Nyomjuk össze a gázt egy dugattyú segítségével úgy, hogy közben nyomása állandó maradjon (ekkor a gáz hőt ad le környezetének). A gázon végzett munkát így könnyen kiszámolhatjuk:

$$W = F \cdot \Delta s = pA\Delta s = pA(s_2 - s_1) = p\Delta V < 0$$

Megállapodás szerint azonban a gázon végzett munkát pozitívnak tekintjük, így:

$$W = -p\Delta V.$$

Ez azt jelenti, hogy ha nincs térfogatváltozás, akkor a munkavégzés is 0.

Fontos megjegyezni, hogy sem a hőközlés, sem a munkavégzés nem energia, hanem az energia átadásának módjai. Így értelmetlen pl. a hőenergia kifejezés is.

A termodinamika I. főtétele: Az ideális gáz belső energiájának megváltozása egyenlő a gázzal közölt hő és a rajta végzett munka összegével. Azaz:

$$\Delta E = Q + W$$

Ebből következik, hogy egy zárt rendszer energiája állandó. Vagyis nem létezik olyan rendszer, amely munkát végezne anélkül, hogy azzal egyenértékű energiát fel ne használna. Más-
képpen: elsőfajú perpetuum mobile nem létezik.

Most pedig következzenek a speciális állapotváltozások:

9. Az izochor állapotváltozás ($V=áll.$)

A gáz merev fallal körülvevett tartályban van.

Ebben az esetben Gay-Lussac II. törvénye érvényes, vagyis: $\frac{p}{T} = áll.$

Az I. főtétel $W=0$ miatt a $\Delta E = Q$ alakot ölti.

Ekkor:

$$Q = \Delta E = \frac{f}{2} Nk\Delta T = \frac{f}{2} nR\Delta T = \frac{f}{2} V\Delta p \quad \text{vagy} \quad \left(\begin{array}{l} nRT_2 - nRT_1 = p_2V - p_1V, \text{ így} \\ NR\Delta T = V\Delta p \end{array} \right)$$

$$Q = \Delta E = \frac{f}{2} \frac{m}{m_0} k\Delta T = \frac{f}{2} \frac{m}{M} R\Delta T$$

Állandó térfogaton mért hőkapacitás: azt mutatja meg, hogy mennyi hőt kell közölni a gázzal, hogy hőmérséklete egy fokkal növekedjék.

Jele: C_V

A definíció alapján: $C_V = \frac{Q}{\Delta T}$.

$$[C_V] = 1 \frac{J}{K} \quad \text{vagy} \quad 1 \frac{J}{^\circ C}$$

$$C_V = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{f}{2} Nk = \frac{f}{2} nR = \frac{f}{2} \frac{m}{m_0} k = \frac{f}{2} \frac{m}{M} R$$

A képletből látszik, hogy a hőkapacitás függ attól, hogy - hány atomos a gáz (f)

- mekkora a tömege (m)

- milyen gázzal van szó (M)

Állandó térfogaton mért fajhő (fajlagos hőkapacitás): azt mutatja meg, hogy mennyi hőt kell közölni 1 kg gázzal, hogy hőmérséklete egy fokkal növekedjék. A fajhő egységnyi tömegre vonatkozó hőkapacitás.

Jele: c_V

A definíció alapján: $c_V = \frac{Q}{m\Delta T}$.

$$[c_V] = 1 \frac{J}{kgK} \text{ vagy } 1 \frac{J}{kg^\circ C}$$

$$c_V = \frac{Q}{m\Delta T} = \frac{f}{2} \frac{k}{m_0} = \frac{f}{2} \frac{R}{M}$$

Innen látszik, hogy a fajhő már nem függ a tömegtől, csak attól hogy hány atomos a gáz (f) és hogy milyen gázzal van szó (M).

Állandó térfogaton mért mólhő : azt mutatja meg, hogy mennyi hőt kell közölni 1 mól gázzal, hogy hőmérséklete egy fokkal növekedjék. A mólhő 1 mólra vonatkozó hőkapacitás.

Jele: c_V^m

A definíció alapján: $c_V^m = \frac{Q}{n\Delta T}$.

$$c_V^m = 1 \frac{J}{molK} \text{ vagy } 1 \frac{J}{mol^\circ C}$$

$$c_V^m = \frac{Q}{n\Delta T} = \frac{f}{2} R$$

A mólhő már csak attól függ, hogy hány atomos a gáz.

$$\text{Egyatomos gázokra: } 12,47 \frac{J}{molK}$$

$$\text{Kéttomos gázokra: } 20,78 \frac{J}{molK}$$

$$\text{Többatomos gázokra: } 24,93 \frac{J}{molK}$$

A hőközlés nagyságát így már több képlettel is kiszámolhatjuk (*ha n =áll.*):

$$Q = C_V \Delta T = c_V m \Delta T = c_V^m n \Delta T$$

10. Az izobár állapotváltozás (p =áll.)

Úgy valósítható meg, hogy a hőátteresztő fallal körülvett gázt súrlódásmentesen mozgó dugattyú zárja el környezetétől. A hőközlés vagy munkavégzés olyan lassan történik, hogy közben a gáz nyomása állandó maradjon. Ha hőt közlünk vagy hőt vonunk el a gáztól, akkor nyomása úgy maradhat állandó, hogy közben kitágul ill. összehúzódik. Ha pedig összenyomjuk vagy kitágítjuk, akkor hőt ad le ill. vesz fel környezetének/től.

Gay-Lussac I. törvénye szerint: $\frac{V}{T} = \text{áll.}$

Az I. főtétel nem egyszerűsödik: $\Delta E = Q + W$

Másképpen:

$$\begin{aligned}\frac{f}{2} Nk\Delta T &= Q - p\Delta V \\ \frac{f}{2} Nk\Delta T &= Q - Nk\Delta T \\ Q &= \frac{f+2}{2} Nk\Delta T = \frac{f+2}{2} nR\Delta T = \frac{f+2}{2} p\Delta V\end{aligned}$$

Formálisan:

$$\frac{f}{2} Nk\Delta T = \frac{f+2}{2} Nk\Delta T - \frac{2}{2} Nk\Delta T$$

Vagy:

$$\begin{aligned}Q &= \Delta E - W \\ \frac{f+2}{2} Nk\Delta T &= \frac{f}{2} Nk\Delta T + \frac{2}{2} Nk\Delta T\end{aligned}$$

Ennek fizikai tartalma a következő: ha a gázzal $f+2$ egység hőt közlünk, akkor abból f egység a gáz belső energiáját növeli, 2 egységet pedig a gáz arra használ fel, hogy munkát végezzen környezetén (kitáguljon). Vagy ha $f+2$ egység hőt ad le a gáz a környezetének, akkor f egységgel csökken a belső energiája, a környezet pedig 2 egység munkát végez a gázon. Vagy ha 2 egység munkát végzünk a gázon, akkor f egységgel csökken a belső energiája és $f+2$ egység hőt ad le a környezetének.

Képlettel is felírhatjuk e három mennyiség arányát:

$$Q : \Delta E : W = (f+2) : f : 2$$

Állandó nyomáson mért hőkapacitás: azt mutatja meg, hogy mennyi hőt kell közölni a gázzal, hogy hőmérséklete egy fokkal növekedjék.

Jele: C_p

A definíció alapján: $C_p = \frac{Q}{\Delta T}$.

$[C_p] = 1 \frac{J}{K}$ vagy $1 \frac{J}{^\circ C}$.

$$C_p = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{f+2}{2} Nk = \frac{f+2}{2} nR = \frac{f+2}{2} \frac{m}{m_0} k = \frac{f+2}{2} \frac{m}{M} R$$

A képletből látszik, hogy a hőkapacitás függ attól, hogy - hány atomos a gáz (f)
- mekkora a tömege (m)
- milyen gázzal van szó (M)

Állandó nyomáson mért fajhő (fajlagos hőkapacitás): azt mutatja meg, hogy mennyi hőt kell közölni 1 kg gázzal, hogy hőmérséklete egy fokkal növekedjék. A fajhő egységnyi tömegre vonatkozó hőkapacitás.

Jele: c_p

A definíció alapján: $c_p = \frac{Q}{m\Delta T}$.

$$[c_p] = 1 \frac{J}{kgK} \text{ vagy } 1 \frac{J}{kg^\circ C}$$

$$c_p = \frac{Q}{m\Delta T} = \frac{f+2}{2} \frac{k}{m_0} = \frac{f+2}{2} \frac{R}{M}$$

Innen látszik, hogy a fajhő már nem függ a tömegtől, csak attól hogy hány atomos a gáz (f) és hogy milyen gázzal van szó (M).

Állandó nyomáson mért mólhő : azt mutatja meg, hogy mennyi hőt kell közölni 1 mól gázzal, hogy hőmérséklete egy fokkal növekedjék. A mólhő 1 mólra vonatkozó hőkapacitás.

Jele: c_p^m

A definíció alapján: $c_p^m = \frac{Q}{n\Delta T}$.

$$c_p^m = 1 \frac{J}{molK} \text{ vagy } 1 \frac{J}{mol^\circ C}$$

$$c_p^m = \frac{Q}{n\Delta T} = \frac{f}{2} R$$

A mólhő már csak attól függ, hogy hány atomos a gáz.

Egyatomos gázokra: $20,78 \frac{J}{molK}$

Kéttatomos gázokra: $29,1 \frac{J}{molK}$

Többatomos gázokra: $33,24 \frac{J}{molK}$.

A hőközlés nagyságát így már több képlettel is kiszámolhatjuk (*ha $n=áll.$*):

$$Q = C_p \Delta T = c_p m \Delta T = c_p^m n \Delta T$$

Az I. főtételt pedig a következő formában is felírhatjuk:

$$\Delta E = Q + W$$

$$C_v \Delta T = C_p \Delta T - p \Delta V$$

$$c_v m \Delta T = c_p m \Delta T - p \Delta V$$

$$c_v^m n \Delta T = c_p^m n \Delta T - p \Delta V$$

A kétféle mólhő közt pedig az alábbi összefüggés érvényes:

$$\left. \begin{aligned} c_v^m &= \frac{f}{2} R \\ c_p^m &= \frac{f+2}{2} R \end{aligned} \right\} \Rightarrow c_p^m - c_v^m = R$$

11. Az izoterm állapotváltozás ($T = \text{áll.}$)

A folyamat a következőképpen valósítható meg: a hőátvezető fallal körülvelt gázt végtelen nagyra tekintett hőkapacitású környezet öleli körül, így érhető el az, hogy a gázzal való hőközlés során a környezet hőmérséklete sem változzék. A hőközlés és a munkavégzés olyan lassan történik, hogy közben a gáz mindig felveszi környezetének hőmérsékletét.

Ekkor a Boyle-Mariotte törvény érvényes: $pV = \text{állandó}$.

Az I. főtétel alakja (mivel $\Delta T = 0$): $0 = Q + W$ vagy $Q = -W$

Ez azt jelenti, hogy ha a gázt összenyomjuk, akkor a munkavégzés során átadott összes energiát a gáz hőközlés formájában a környezetének adja át és közben hőmérséklete változatlan marad.

Feladatok: TK. 48. oldal; Szfgy: 10.8, 10.82, 10.105; Faz:

12. Az adiabatikus állapotváltozás ($Q = 0$)

Ez úgy valósítható meg, hogy a gáz tökéletesen hőszigetelő tartályban van, vagy a folyamat olyan gyorsan megy végbe, hogy a gáz és a környezet közt nincs idő hőközlésre.

Az I. főtétel ebben az esetben: $\Delta E = W$

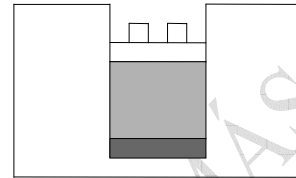
Vagyis a gázon végzett összes munka a gáz belső energiáját növeli.

Feladatok: Szfgy: 10.11, 10.77-8, 10.83-4; Faz: 5.1.65-68

13. A termodinamika II. főtétele

Reverzibilis folyamat: amely során a rendszer és környezete is eredeti állapotába kerülhet vissza.

Pl: - a matematikai inga egy teljes lengése
- tökéletesen rugalmas golyó visszapattanása
- Az alábbi ábrán lévő tartályban telített gőz van; ha súlyokkal terheljük, a gáz összenyomódik, a felesleges gőz lecsapódik, míg beáll az egyensúly; ha a súlyokat levesszük, akkor a gáz hőt vesz fel környezetétől és párologni kezd, míg a telített gőz nyomása el nem éri a külső nyomást.



Irreverzibilis folyamat: amely során a rendszer csak úgy állítható vissza eredeti állapotába, hogy környezete maradandó változást szenved.

Pl: - bármilyen olvadás
- súrlódással járó hőfejlődés
- rugalmatlan golyó szabadesése
- nagynyomású gáztartály szelepének kinyitása

A természetben lejátszódó folyamatok szigorú értelemben véve mind irreverzibilisek. Ekkor pedig egy rendszer rendezetlensége növekszik.

A termodinamika II. főtétele: A természetben végbemenő folyamatok során egy zárt rendszer rendezettsége nem növekedhet.

A tételnek más megfogalmazásai is léteznek: Nem lehet olyan gépet szerkeszteni, amely környezetétől hőt vesz fel és azt egyéb változások nélkül munkavégzésre fordítja. Azaz másodfajú perpetuum mobile nem létezik.

14. A termodinamika III. főtétele

Az abszolút 0 fok elérhetetlen alsó határa a hőmérsékletnek. Az anyagok 0K közelében már szilárd halmazállapotúak. Igen érdekes folyamatok játszódnak le alacsony hőmérsékleteken. Egyes anyagok elveszítik elektromos ellenállásukat (szupravezetés), a He pl. elveszíti viszkozitását és szuperfolyékonnyá válik. Ideális gázmodellünk alapján a belső energia csak a hőmérséklettől függ, ezek szerint értéke 0K-en 0J kellene, hogy legyen. A XX. század fizikája azonban nem ezt az eredményt hozta. Minden anyagnak van egy ún. 0 ponti energiája. 0K közelében, ha egészen kevés hőt közlünk egy anyaggal, hőmérséklete viszonylag nagy mértékben megnő. Ez pedig azt jelenti, hogy a $c = \frac{Q}{\Delta T}$ hányados értéke közel 0. Ez a III. főtétel másik megfogalmazása: abszolút 0 fok közelében az anyagok fajhője 0-hoz tart.